



PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA  
ÁREA DE CIÊNCIAS NATURAIS E TECNOLÓGICAS  
Curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática

**MARINEZ CARGNIN STIELER**

**COMPREENSÃO DE CONCEITOS DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA NA  
PERSPECTIVA DA MODELAGEM MATEMÁTICA: CAMINHOS PARA UMA  
APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E CONTEXTUALIZADA NO ENSINO  
SUPERIOR**

Santa Maria, RS

2007

**MARINEZ CARGNIN STIELER**

**COMPREENSÃO DE CONCEITOS DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA NA  
PERPECTIVA DA MODELAGEM MATEMÁTICA: CAMINHOS PARA UMA  
APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E CONTEXTUALIZADA NO ENSINO  
SUPERIOR**

Dissertação apresentada ao Curso de  
Mestrado Profissionalizante em Ensino  
de Física e de Matemática do Centro  
Universitário Franciscano como  
exigência parcial para obtenção do  
título de Mestre em Ensino de  
Matemática.

Orientador (a): VANILDE BISOGNIN

Santa Maria, RS

2006

C276c Cargin-Stieler, Marinez

Compreensão de conceitos de matemática e estatística na perspectiva da modelagem matemática: caminhos para uma aprendizagem significativa e contextualizada no ensino superior / Marinez Cargin Stieler; Orientadora, Vanilde Bisognin – Santa Maria, 2007.

175 p.

Dissertação (mestrado) – Centro Universitário Franciscano, 2007.

1. Ensino de matemática. 2. Modelagem matemática. 3. Ensino superior 4. Aprendizagem significativa. I. Título.

**CENTRO UNIVERSITÁRIO FRANCISCANO**  
**PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA**  
**CURSO DE MESTRADO PROFISSIONALIZANTE EM ENSINO DE FÍSICA E DE**  
**MATEMÁTICA**

A COMISSÃO EXAMINADORA, ABAIXO-ASSINADA, APROVA A DISSERTAÇÃO:

**COMPREENSÃO DE CONCEITOS DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA NA**  
**PERPECTIVA DA MODELAGEM MATEMÁTICA: CAMINHOS PARA UMA**  
**APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E CONTEXTUALIZADA NO ENSINO**  
**SUPERIOR**

Elaborada por:

MARINEZ CARGNIN STIELER

COMISSÃO EXAMINADORA

---

Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Vanilde Bisognin  
Presidente

---

Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Silvia Maria de Aguiar Isaia

---

Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Helena Noronha Cury

Santa Maria, 03 de maio de 2007.

Ao meu esposo, Eugênio, e ao meu filho,  
Gabriel, por participarem de minha  
caminhada, com amor e compreensão.

Aos meus pais, Antonio e Rosalina, pelo  
amor e carinho dedicados e pelos princípios  
e valores transmitidos.

## AGRADECIMENTOS

Expresso minha gratidão a todos que contribuíram para que este trabalho pudesse se realizar. Meu agradecimento especial,

A Deus, pela vida e pelas pessoas que colocastes em meu caminho;

À professora Vanilde Bisognin, que aceitou o desafio de orientar este trabalho e pela dedicada orientação que auxiliou nas reflexões e construções realizadas;

À professora Silvia Maria de Aguiar Isaia, pelo acolhimento, pelas sugestões e discussões que enriqueceram este trabalho;

À professora Helena Noronha Cury, pelas sugestões na apresentação do projeto;

Aos participantes Ana, Eva, Diana, Lia, Roberto e Vania, pela simpatia e disponibilidade manifestadas;

À coordenadora do mestrado, Eleni Bisognin, pela acolhida e incentivo;

Ao corpo docente do Curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática, pelo incentivo e empenho na formação profissional.

Aos colegas do curso, pelo convívio e troca de experiências;

À secretária do mestrado, Juliane, pela atuação e presteza;

Aos funcionários da Biblioteca da UNIFRA, pela disponibilidade e pelo atendimento competente e atencioso;

A todos os meus professores, que contribuíram para que eu pudesse chegar até aqui;

Aos colegas de trabalho, pelo apoio e discussões que favoreceram o crescimento profissional e pessoal;

Aos amigos do NEED, com os quais tenho aprendido muito, em especial a Helen, Ivanete e Leonice pelo incentivo e apoio;

Aos meus alunos, que são o incentivo para a caminhada.

Ao meu cunhado Marco e minha irmã Miria, pela acolhida e apoio.

À UNEMAT pela licença para a qualificação, sem a qual não seria possível desenvolver este trabalho.

### **As ensinanças da dúvida**

Tive um chão (mas já faz tempo)

    Todo feito de certezas

    Tão duras como lajedos

    Agora (o tempo é que fez)

Tenho um caminho de barro

    Umedecido de dúvidas

    Mas nele (devagar vou)

    Me cresce funda a certeza

De que vale a pena o amor.

    (Thiago de Mello)

## RESUMO

Este trabalho tem como foco central a investigação sobre as possibilidades que a Modelagem Matemática oferece à aprendizagem contextualizada e significativa de conceitos matemáticos e estatísticos, em uma turma de sétimo semestre do Curso de Licenciatura em Matemática da UNIFRA. As justificativas sustentam-se na possibilidade de adotar uma metodologia de ensino capaz de oportunizar aos alunos o contato com problemas do cotidiano, desenvolvendo a capacidade de resolvê-los e de analisar e interpretar as soluções e, ao mesmo tempo, aprender conteúdos matemáticos e estatísticos. A investigação foi operacionalizada, numa abordagem qualitativa, baseada nos dados coletados em entrevistas semi-estruturadas, observações participantes das atividades desenvolvidas com os alunos, relatos dos sujeitos da pesquisa registrados nos Diários de Campo e dos documentos por eles produzidos. Os sujeitos participantes da pesquisa são os alunos que freqüentaram a disciplina de *Projeto de Pesquisa e Extensão em Educação Matemática II*, que faz parte da matriz curricular do curso de Licenciatura em Matemática. Embasada nos pressupostos teóricos, em reflexões próprias e nos objetivos da pesquisa estabeleceu-se a análise dos dados. Com a análise foi possível perceber mudanças de atitudes durante a investigação e o comprometimento dos alunos com o trabalho desenvolvido. Percebeu-se também que o ambiente de Modelagem Matemática despertou o interesse e a motivação para estudar conteúdos matemáticos e estatísticos contextualizados e a significação desses conteúdos além de desenvolverem habilidades para a investigação e a compreensão do papel sociocultural da matemática.

**Palavras-chave:** Ensino e aprendizagem de matemática, Modelagem Matemática, Ensino Superior, aprendizagem significativa.

## ABSTRACT

This work is focused on the investigation of the possibilities that Mathematical Modelling offers to contextualized and meaningful learning of statistical and mathematical concepts, in a class of students from the seventh semester of Mathematics from UNIFRA. The study is supported on the possibilities of adopting a teaching methodology capable of enabling students to have contact with everyday problems, developing the ability of solving them and analyzing and interpreting the solutions while, at the same time, learning mathematic and statistic subjects. The research was carried out, in a qualitative approach, based on data collected in semi-structured interviews, observations made during student activities, reports of research subjects which were registered in Diários de Campo and other documents produced by them. Students enrolled in the *Projeto de Pesquisa e Extensão em Educação Matemática II*, from the Mathematics course participated in this work as research subjects. The analysis of the data was established based on theoretical approachest and personal reflection. Attitude changes during the research and the commitment of the students with the study could be verified through the analysis. It was also verified that the Mathematical Modelling environment produced interest and motivation to study contextualized mathematic and statistic subjects and the meaning of these subjects as well as developing abilities for investigating and comprehending the socio-cultural role of mathematics.

**Key words:** Teaching and learning of mathematics, Mathematical Modelling, Higher Education, meaningful learning.

## SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	12
1.1. TRAJETÓRIA PESSOAL.....	12
1.2. PROBLEMÁTICA DA INVESTIGAÇÃO – RELEVÂNCIA DO ENSINO DA MATEMÁTICA E DA ESTATÍSTICA.....	15
1.3. O CONTEXTO.....	17
1.3.1. A Instituição .....	17
1.3.2. O Curso de Licenciatura em Matemática .....	19
1.3.3. A Disciplina.....	20
2. PRESSUPOSTOS TEÓRICOS .....	21
2.1. ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE A PRÁTICA PEDAGÓGICA .....	21
2.2. METODOLOGIA DE ENSINO ADOTADA - MODELAGEM MATEMÁTICA .....	25
3. DELINEAMENTO METODOLÓGICO .....	36
3.1. O PROBLEMA .....	36
3.2. OBJETIVO .....	36
3.3. ABORDAGEM METODOLÓGICA .....	37
3.4. SUJEITOS PARTICIPANTES .....	39
3.5. OS INSTRUMENTOS DE COLETAS DE DADOS.....	39
3.6. ANÁLISE DOS DADOS UTILIZADOS.....	42
4. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS .....	44
4.1. APRESENTAÇÃO DOS SUJEITOS PARTICIPANTES.....	44
4.2. EXPERIÊNCIA EM AÇÃO.....	53
4.3. ATIVIDADES DOS GRUPOS E SUAS PRODUÇÕES.....	59
4.4. APRECIÇÃO DA EXPERIÊNCIA PELOS SUJEITOS PARTICIPANTES.....	106
5. REFLEXÕES FINAIS.....	117
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS .....	122
ANEXOS.....	127
ANEXO A - PLANO DE ENSINO.....	128
ANEXO B - ARTIGO PRODUZIDO PELO GRUPO UM.....	130
ANEXO C - ARTIGO PRODUZIDO PELO GRUPO DOIS .....	140
ANEXO D - ARTIGO PRODUZIDO PELO GRUPO TRÊS .....	150
ANEXO E - ARTIGO PRODUZIDO PELO GRUPO QUATRO .....	162

APÊNDICES .....	172
APÊNDICE A - ENTREVISTA INDIVIDUAL.....	173
APÊNDICE B - ENTREVISTA COLETIVA.....	176

## 1. INTRODUÇÃO

Este capítulo tece alguns aspectos da trajetória pessoal da pesquisadora que encaminhou e influenciou na elaboração deste estudo e aborda também a problemática da investigação, os aspectos de relevância do ensino da matemática e da estatística e, ainda, o contexto em que aconteceu essa investigação, em especial, a instituição, a licenciatura e a disciplina em estudo.

### 1.1. TRAJETÓRIA PESSOAL

Desde o ano de 1979, vi-me envolvida com o magistério embora não possuísse, naquele período, um curso de licenciatura. Em 1982, ingressei no curso de licenciatura em Matemática na Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) e durante toda a faculdade exerci o magistério. Desde o início da licenciatura, sempre participei de encontros, congressos e cursos sobre Matemática e sobre Educação. Essa participação foi impulsionada pela necessidade de atualização com a prática pedagógica.

Em 1986, ingressei, como professora efetiva, na rede estadual de ensino no município de Nova Palma e em 1989, ingressei na rede estadual de Mato Grosso, atuando exclusivamente no ensino de matemática. Até então, possuía experiência nas séries iniciais do ensino fundamental. Logo, pude perceber a diferença entre a educação de um estado para outro e a diferença entre os níveis de ensino. Nas séries iniciais, a responsabilidade do professor é maior, mas a beleza de proporcionar a aquisição de conhecimento básico é gratificante devido ao retorno recebido dos alunos. Confesso que esse retorno ainda não percebi como professora das séries finais do ensino fundamental ou médio.

Minha primeira experiência com o ensino de Estatística, ocorreu em 1993, numa turma de secretariado, na Escola Estadual 13 de Maio em Tangará da Serra-MT. As aulas de estatística tinham como base o estudo da estatística descritiva com fórmulas e cálculos, seguindo o modelo de aulas que recebi na graduação. Apesar de ter cursado três cadeiras nessa área, não recebi uma preparação sólida para atuar na disciplina. Mesmo assim, esse contato com a estatística forneceu subsídios que, posteriormente, auxiliaram-me a enfrentar um concurso na área.

A aula expositiva sempre me acompanhou, mas mesmo com pouco embasamento teórico, procurei algumas alternativas metodológicas, como a história da matemática, jogos, materiais concretos, trabalhos em grupos, leituras de livros paradidáticos, entre outras

atividades, com o intuito de melhorar a aprendizagem. Com essas preocupações, que me angustiavam, em 1994, ingressei em um curso de pós-graduação *lato-sensu*, oferecido pelo Estado de Mato Grosso em Currículo do Ensino Fundamental.

Em 1998, ingressei como professora efetiva na área de Estatística, na Universidade do Estado do Mato Grosso (UNEMAT). Ao ingressar no magistério superior, acreditava que os alunos, por serem adultos, estariam interessados nos conteúdos que o professor deveria transmitir. Logo no início, percebi que a pré-concepção que havia desenvolvido sobre o ensino superior não estava correta. Era a única professora de Estatística no *Campus* de Tangará da Serra, mas a angústia levou-me a pedir orientação a um colega, que havia ministrado essa disciplina em outro *Campus* da UNEMAT. Ele orientou-me a ler Pedro Demo e começar a desenvolver projetos porque, segundo ele, era disso que os acadêmicos precisavam. Ouvi suas experiências e comecei a mudar minha postura. Sou grata a essas orientações e também a um aluno que argumentou que estavam cursando o terceiro ano de um curso superior e que precisavam de uma estatística que pudessem aplicar como futuros profissionais. A partir de reflexões sobre esses fatos e de leituras, percebi, que também na universidade, as aulas não podem ser desenvolvidas com exercícios sem sentido e nem precisam de professores que lhes transmitam conteúdos. Para o acadêmico, o conteúdo tem significado se representar uma situação do contexto para o futuro profissional e o aprendizado é uma realidade que almeja para a vida. Com essa percepção, mesmo com pouco embasamento teórico, passei a desenvolver alguns projetos com os alunos. Em alguns anos, comecei a compartilhar a experiência com outros professores. A cada ano, a experiência crescia e com isso aprimorava o meu trabalho.

Ao preparar as aulas, procurava propor situações que envolvessem os alunos, propondo-lhes algumas atividades com reportagens, principalmente, ligadas a sua profissão. Em contrapartida, a contribuição dos alunos era admirável e com isso, possibilitavam o enriquecimento das aulas com algumas discussões sobre o assunto envolvido.

Em 2000, fui convidada a formar a equipe da coordenação pedagógica, na escola de educação básica em que trabalhava. Primeiramente, assumi a coordenação das séries iniciais e em seguida, a coordenação da área das Ciências da Natureza e Matemática. Tive a oportunidade de acompanhar o trabalho de alguns professores e observar como lidam com as dificuldades de seus alunos. Essa experiência proporcionou-me uma visão mais ampla da educação e confesso que aprendi muito nesses quatro anos, pois foi uma convivência diferente daquela que havia vivenciado anteriormente. Outro trabalho que quero destacar, por ter vivenciado, foram as *feiras do conhecimento*, onde professores e alunos envolviam-se num

projeto conjunto para toda a escola e cada turma vivenciava uma situação diferente. Com esses trabalhos, percebi que nenhuma área de atividade pode desconsiderar a matemática e a estatística, pois ambas contribuem para a compreensão do contexto em que vivemos. Com essas experiências, percebi que o ensino de matemática e de estatística não poderia desvincular-se de uma situação vivenciada pelo aluno. Trabalhar a estatística ou a matemática, de forma a dar sentido ao que o aluno estuda, ver numa representação gráfica ou numa porcentagem, por exemplo, representações que respondam a um problema por eles vivenciados, foi fruto de uma percepção da realidade. A insegurança era todavia como fazer isso, sem se descuidar do conteúdo proposto pelo currículo escolar.

No segundo semestre de 2000, inicia-se o Programa de Ciências Agro-ambientais na UNEMAT e passo a fazer parte do corpo docente desse projeto. Por ser um projeto inovador dentro da instituição, propõe um trabalho diferenciado entre professores e acadêmicos e é uma proposta interdisciplinar em que os conteúdos deveriam ser desenvolvidos em torno dos problemas sociais vivenciados pela comunidade e por ela elencados. Confesso que foram momentos de trabalhos compartilhados, de leituras e reflexões em conjunto com todo o corpo docente. Uma oportunidade ímpar de aprendizado para os docentes que se empenharam em manter viva a proposta de ensino que fez diferença para a aprendizagem daqueles jovens e porque não dizer também dos docentes envolvidos.

Por alguns anos, as experiências foram diversificadas. O planejamento, as correções e as leituras ocupavam o tempo destinado ao descanso ou ao lazer. Parte dos finais de semana era ocupada com atividades escolares destinadas as aulas da rede pública e privada, na educação básica e superior, com o ensino de matemática e de estatística e, nesse contexto, ocorria o aprendizado de minha profissão.

Muitas situações contribuíram para o aprendizado e mudança da prática docente, como o fato de estar atuando na rede pública de ensino e na rede privada, estar atuando no ensino superior e na educação básica, participar de eventos científicos, participar de grupos de estudos e, em especial, do Núcleo de Estudos de Educação e Diversidades (NEED), atuar na coordenação pedagógica, tanto na educação básica quanto no ensino superior. Essas situações e muitas outras, foram responsáveis pelo aprendizado e mudanças significativas da prática docente.

Procurando respostas para essas inquietações, em 2004, ingressei no curso de aperfeiçoamento em Matemática, oferecido pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) na UNEMAT, *Campus* de Cáceres e, posteriormente, em 2005, no Curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática no Centro Universitário

Franciscano (UNIFRA). A expectativa foi a busca de alternativas para trabalhar com a matemática e a estatística de forma contextualizada e significativa.

Neste contexto, foi proposto o problema da presente investigação. O processo de traduzir as inquietações para a interrogação proposta, na presente pesquisa, não foi simples, implicou idas e vindas pela literatura e reflexões até a convergência dos anseios.

## 1.2. PROBLEMÁTICA DA INVESTIGAÇÃO – RELEVÂNCIA DO ENSINO DA MATEMÁTICA E DA ESTATÍSTICA

Esta investigação surgiu dos anseios e inquietações da nossa prática docente no ensino de matemática e de estatística na educação básica e superior. O ensino de estatística, pode-se dizer que, em geral, apresenta-se como uma simples ferramenta para as demais áreas do conhecimento. As discussões sobre o ensino de estatística no Brasil são recentes e estão geralmente ligadas ao ensino de matemática. Na Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), o mais novo grupo de pesquisa é o da Educação Estatística. A estatística pode contribuir, de forma significativa, para a compreensão de novos conceitos e resultados que permitam entender a própria matemática em si e, ao mesmo tempo, auxiliem na interpretação dos problemas atuais do mundo em que o aluno está inserido. Nesse sentido, os conceitos e resultados da estatística podem contribuir para uma análise crítica da realidade e permitir aos educandos compreenderem problemas que envolvem a sociedade. A matemática e a estatística possuem um papel social significativo na inclusão ou exclusão dos indivíduos na sociedade, por isso, a preocupação de educar para auxiliar a construção de uma sociedade mais justa.

Um trabalho docente de qualidade visa o desenvolvimento integral do educando de uma forma dialética, necessita dos conhecimentos científicos sistematizados e do conhecimento da realidade, sendo portanto, necessário uni-lo em torno de uma prática pedagógica coerente.

Faz-se necessário que o educador repense sua prática pedagógica, fazendo uma opção política e pedagógica por uma metodologia diferenciada que favoreça o aprendizado do aluno, levando-o a buscar o saber de forma contextualizada e buscar soluções para problemas vivenciados pela comunidade, com o objetivo de formar um cidadão independente, crítico e criativo. Para isso, há a necessidade do educador adotar metodologias diferenciadas para o ensino, refletindo sobre as práticas adotadas, a fim de contribuir com a discussão dos problemas sociais.

A Modelagem Matemática é uma metodologia de ensino que permite explorar questões relacionadas à realidade do aluno, nas quais a matemática ou a estatística surge naturalmente no entendimento dessas questões ou na tomada de decisão, com a possibilidade de tornar as aulas mais agradáveis, despertar o interesse pela disciplina, aguçar a criatividade e a criticidade na solução de problemas do cotidiano.

Nessa perspectiva, essa metodologia é uma alternativa de trabalho, em sala de aula, que permite a participação conjunta do professor e do aluno. Utilizar-se da Modelagem Matemática é permitir que conteúdos sejam, desenvolvidos com o envolvimento e participação ativa dos alunos e do professor, em um trabalho de trocas recíprocas.

Essa metodologia de trabalho estimula a criatividade, aguça o senso crítico e possibilita a discussão de temas de relevância comunitária. O educando passa a ser atuante, socializa os saberes e as dificuldades e o problema de pesquisa, geralmente, envolve um tema que permite, para sua compreensão, o envolvimento de diferentes áreas do conhecimento, possibilitando um trabalho interdisciplinar e colaborativo entre os professores.

Novas metodologias de ensino não mudam, necessariamente, a relação pedagógica entre aluno e professor, mas modificam algumas das funções do professor e do aluno. O professor se transforma no articulador da curiosidade do aluno, favorecendo o conhecimento, a pesquisa, a busca de informação mais relevante, para num outro momento, coordenar o processo de resolução dos problemas levantados e propiciar uma análise crítica dos resultados obtidos pelos alunos com o professor.

A fim de possibilitar ao professor o atendimento a esses quesitos, é necessária uma formação de qualidade comprometida com uma visão emancipatória do educando. A formação inicial e continuada deve dar acesso a ambientes de pesquisa, com novas tecnologias, e também a bibliografias atualizadas, priorizando a formação de grupos para a análise e discussão de diferentes estratégias de ensino, para se formar assim, um educador capaz de investigar a própria prática docente.

Esta investigação sugere um repensar da metodologia utilizada nas aulas, tendo em vista o educando que se quer formar, ou seja, um cidadão consciente, capaz de interferir no seu meio. Este estudo é produto da observação e reflexão dos modelos de concepção e percepção das práticas adotadas em aula. A reflexão acadêmica sobre as práticas adotadas contribui para a discussão e lança novas luzes sobre a educação.

Com o propósito de proporcionar um ensino de qualidade ao educando, faz-se necessário substituir o acúmulo de informações, às vezes sem sentido, por situações interdisciplinares que relacionem os conteúdos entre si, estimulando o domínio de

competências para a vida e a capacidade de aprender continuamente. O professor necessita incorporar a investigação no seu cotidiano, partir para novas metodologias de ensino, despertar o interesse do aluno, provocar reflexões, auxiliar na elaboração de sínteses, a fim de facilitar um posicionamento crítico.

Ao ingressar no ensino superior, como professora de Estatística, imaginava, como relatado anteriormente, que o primordial fosse transmitir conteúdos. Logo percebi que os acadêmicos necessitavam ainda mais saber “para que serve?”, “aonde vou utilizar?”. Dessa maneira, com urgência, precisamos encontrar formas para os alunos trabalharem, participarem ativamente das aulas, investigarem sobre a realidade na qual vivem. Das angústias de perceber conteúdos que pouco contribuíam para a motivação e aprendizagem dos alunos, surgiu a necessidade de continuar buscando o aperfeiçoamento profissional e pessoal.

Nesta investigação, apresenta-se um estudo que foi desenvolvido com a utilização da metodologia da Modelagem Matemática em uma turma do sétimo (7º) semestre do Curso de Licenciatura em Matemática. Justifica-se a escolha dessa metodologia por permitir o contato dos alunos com problemas do cotidiano, que permitem desenvolver a capacidade de resolvê-los, de analisar e de interpretar as soluções e dessa forma melhor compreender o mundo em que estão inseridos. Essa metodologia tem apresentado resultados animadores quanto à motivação, participação e envolvimento dos atores no processo de ensino-aprendizagem. Havendo relação da estatística ou da matemática com situações do cotidiano, permite-se uma construção coletiva e participativa de alunos e professores no processo de ensino-aprendizagem.

### 1.3. O CONTEXTO

Neste item pretendemos apresentar um breve relato sobre o contexto em que a presente investigação ocorreu, a instituição de ensino superior, o Centro Universitário Franciscano (UNIFRA), o curso de Licenciatura em Matemática, a disciplina de *Projeto de Pesquisa e Extensão em Educação Matemática II*.

#### 1.3.1. A Instituição

Na região central do Estado do Rio Grande do Sul, Santa Maria, tem sua história marcada por um povo que busca cultura e conhecimento aliado a religiosidade e, isso, fez

dessa terra um campo fértil para o crescimento de instituições de ensino e no século XX, destacou-se o ensino superior.

Santa Maria, uma cidade cuja população inicial foi constituída por uma grande representatividade de ferroviários e militares e, posteriormente, de estudantes, caracteriza-se atualmente como um município em que parte de sua população é flutuante. Esse fato tem gerado para muitos que aqui residem temporariamente certo desconhecimento da história desta Instituição. No entanto, o ir e vir de uma parte representativa da população oportunizam a vantagem de disseminar, em locais diferentes, o saber aqui construído (PPI, 2002, p.1).

O Centro Universitário Franciscano (UNIFRA) teve sua origem em 1955 como Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras Imaculada Conceição (FIC). Em 1995, com a unificação da FIC e da Faculdade de Enfermagem Nossa Senhora Medianeira (FACEM) passou a denominar-se Faculdades Franciscanas (FAFRA).

Conforme o Projeto Pedagógico Institucional (PPI, 2002, p. 6 e 7)

Com as Faculdades Franciscanas, iniciou-se uma fase de crescimento pela ampliação de cursos de graduação e de pós-graduação *lato-sensu*, expansão da infra-estrutura física e organizacional e capacitação de docentes, o que possibilitou à Instituição encaminhar sua transformação em Centro Universitário (PPI, 2002, p.6).

Em 1998, a FAFRA é transformada no Centro universitário Franciscano pertencendo à Congregação das Irmãs Franciscanas. Sua mantenedora é a Sociedade Caritativa e Literária São Francisco de Assis Zona Norte (SCALIFRA-ZN).

Hoje, o Centro Universitário Franciscano - UNIFRA, fruto da integração FIC/FACEM, é uma idéia que se materializou. Conhecido e respeitado nos meios acadêmicos locais e nacionais, é uma instituição que compõe o cenário desta cidade e contribui para o seu desenvolvimento social, cultural e educacional (PPI, 2002, p.6).

A UNIFRA é uma instituição de ensino superior com quatro conjuntos na área central da cidade sendo sua sede localizada na Rua dos Andradas, centro de Santa Maria - RS. Sua região de abrangência é de 34 municípios, nos quais vive uma população aproximadamente de 622 mil indivíduos e equivale a 6,5% da população do estado. O setor de serviços é responsável por 65,3% do PIB regional; as atividades agropecuárias por 20,6% e a indústria por 14,1%. O PIB *per capita*, em média, é de R\$ 4 236,47 e o índice de desenvolvimento humano - IDHM- varia entre 0,881 a 0,590. (UNIFRA, 2002)

Nesse contexto, a UNIFRA tem uma trajetória de experiência em ensino superior. Comprometida com as questões educacionais e coerente com a concepção institucional, desenvolve a produção e divulgação do conhecimento, a promoção da cultura e contribui para o desenvolvimento técnico-científico e social, em consonância com a filosofia franciscana (PPI, 2002, p.6).

Atualmente, o Centro Universitário Franciscano possui trinta cursos de graduação, vários cursos de pós-graduação *lato-sensu* e dois cursos de pós-graduação *stricto-sensu* em nível de Mestrado.

Além disso, gostaríamos de destacar, pela importância na aquisição de conhecimento, a biblioteca que conta com uma política de informatização, de modo a favorecer e facilitar as consultas ao acervo bibliográfico que é composto por livros, periódicos e monografias (dissertações e teses).

### 1.3.2. O Curso de Licenciatura em Matemática

O curso de Licenciatura em Matemática foi criado em 1958 e reconhecido pelo decreto número 47 437/59. Foi o primeiro curso a ser criado em Santa Maria, uma vez que somente em 1966, teve início na UFSM o curso de Matemática, licenciatura (BISOGNIN & BISOGNIN, 2005).

O currículo inicial do curso de Licenciatura em Matemática da FIC, como os demais do país, sofreu influências das orientações trazidas para o Brasil de pesquisadores italianos cuja pesquisa centrava-se em problemas de Geometria. Assim, as matrizes curriculares dos primeiros cursos de Licenciatura em Matemática no Rio Grande do Sul continham a disciplina de Geometria Projetiva, segundo Bisognin e Bisognin (2005).

Com a instituição dos *currículos mínimos* estabelecidos pelo MEC, o currículo do curso de Matemática foi adaptado a esta legislação que perdurou até o ano de 2002, quando foram aprovadas as novas diretrizes curriculares para a formação de professores.

As diretrizes curriculares nacionais para os cursos de formação de professores trazem uma orientação diferente daquela estabelecida pela legislação anterior. Não apresentam disciplinas obrigatórias, mas campos de saberes, além de preconizarem a flexibilização curricular e a integração entre ensino, pesquisa e extensão. As instituições de ensino superiores têm liberdade ao elaborar o projeto político pedagógico dos cursos, observando as cargas horárias para prática de ensino e estágios estabelecidos nas resoluções.

O currículo do Curso de Licenciatura em Matemática foi adaptado a essas novas diretrizes, a partir de 2004. Para responder a questão de flexibilização curricular foram criadas 210 horas de Estudos Independentes, além de disciplinas optativas. Para responder a questão

de integração do ensino, pesquisa e extensão o Projeto Político Pedagógico do curso propõe a inclusão das disciplinas *Projeto de Pesquisa e Extensão em Educação Matemática I e II*.

Nessas disciplinas, com carga horária de 75 horas, os alunos têm oportunidade de propor e desenvolver projetos de pesquisa e extensão, segundo diferentes metodologias, em educação matemática.

O objetivo geral do curso de Licenciatura em Matemática da UNIFRA, conforme Projeto Político Pedagógico de Matemática (PPP, 2004, p. 15), é “formar professores de matemática para a segunda fase do ensino fundamental e ensino médio aptos ao exercício profissional competente, empreendedor, ético, com visão global crítica, humanística, para atuar numa sociedade de rápidas mudanças”.

O curso de Matemática da UNIFRA tem duração de quatro anos, perfazendo oito semestres num total de 2 955 horas distribuídas entre quarenta e quatro disciplinas. O corpo docente é formado por vinte e três professores, a maioria com graduação em Matemática e titulação de mestre ou doutor. O curso é oferecido no período noturno e oferta uma turma de quarenta vagas por ano.

### 1.3.3. A Disciplina

Uma das disciplinas de caráter obrigatório da matriz curricular do curso é *Projeto de Pesquisa e Extensão em Educação Matemática II* com carga horária de 30 horas. Segundo o Projeto Político Pedagógico do curso, essa disciplina está ligada ao componente curricular da pesquisa “[...] e tem por finalidade, propiciar ao educando oportunidade de experienciar a relação teoria-prática-teoria em processo de investigação da realidade e do conhecimento em estudo, como meio de construção do saber, e de intervenção, via prática de pesquisa ou extensão na prática pedagógica” (PPP 2004, p.24).

A ementa dessa disciplina publicada na página da instituição é “metodologia da modelagem matemática: modelagem matemática em sala de aula, realização de um ou mais projeto de pesquisa e/ ou extensão seguindo a metodologia da modelagem matemática sob orientação do professor” (UNIFRA). Segundo o Projeto Político Pedagógico (2004) a bibliografia básica e complementar será indicada pelo professor de acordo com o tema escolhido pelo aluno.

De acordo, com os objetivos do curso, e da ementa da disciplina, a mesma foi escolhida para a realização desta investigação por oportunizar a aplicação da metodologia da Modelagem Matemática em um curso superior de formação de professores.

## 2. PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

*“A história da vida não se desenrola apenas nos campos de batalha e nos gabinetes presidenciais. Ela se desenrola também nos quintais, entre plantas e galinhas; nas ruas de subúrbio, nas casas de jogo, nos prostíbulos, nos colégios, nas ruínas, nos namoros de esquina. Disso eu quis fazer a minha poesia, dessa vida obscura e injustiçada, porque o canto não pode ser uma traição à vida, e só é justo cantar se o nosso canto arrasta consigo as pessoas e as coisas que não têm voz” (Ferreira Goulart).*

Nossa intenção neste capítulo é explicitar uma perspectiva da Modelagem Matemática, como metodologia de ensino, capaz de possibilitar aos alunos uma aprendizagem significativa e contextualizada. Significativa, por partir da realidade em que os alunos estão inseridos, dando sentido aos procedimentos matemáticos e estatísticos que serão utilizados para a investigação e compreensão das situações-problema elencadas. Contextualizada, porque os conteúdos matemáticos e estatísticos estão associados a realidade sociocultural. Para isso embasamo-nos em autores que trabalham com a Modelagem Matemática no ensino. A escolha da Modelagem Matemática para realizar a pesquisa com alunos de Licenciatura em Matemática está embasada nas novas abordagens para o ensino de matemática e estatística e nos Parâmetros Curriculares Nacionais, especialmente levando-se em conta a ênfase na aprendizagem contextualizada e na análise crítica das possibilidades que essa abordagem permite. Com esse propósito, começamos abordando algumas considerações sobre a prática pedagógica e, posteriormente, discutimos a metodologia de ensino adotada nesta pesquisa, a Modelagem Matemática.

### 2.1. ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE A PRÁTICA PEDAGÓGICA

Ao referir-se sobre a aprendizagem na universidade, Zabalza (2004), procura simplificar, usando metáforas. Na metáfora do diálogo ou do coro, ele a define como um processo de interação com os atores da educação e o contexto onde ela se realiza. Inclusive, cita exemplo, da insegurança e da falta de criatividade em alunos privados da interação com colegas e professor, por participarem de aprendizagem virtual. A aprendizagem por mais que seja individual, se dá nas contribuições com os pares. Cabral e Baldino (2006), defendem que se aprende falando e não escutando, que é a forma que geralmente o professor pensa que ensina. Dessa forma, o aluno aprende quando ele interage com os colegas e o professor. “[...]”

O aprendizado dos alunos depende não apenas deles [...] mas também das condições em que se dá o processo de aprendizagem e da capacidade dos professores para ajudá-los” (ZABALZA, 2004, p. 197). O autor argumenta que as tendências didáticas da modernidade insistem em orientar o processo de aprendizagem para a *autonomia do sujeito*. Para ele, o objetivo básico de qualquer atividade de aprendizagem é o aluno ter a possibilidade de desenvolvê-la com autonomia, acompanhado pelo professor.

O trabalho docente no ensino superior para Masetto (2001) e Zabalza (2004), é complicado porque não pode ser encarado como uma oportunidade para comunicar aos alunos o conhecimento e as experiências do professor sobre o conteúdo. Na opinião de Masetto (2001), o docente necessita estar atento às novas exigências da sociedade para com o futuro profissional. Sobre a crescente exigência na qualidade do ensino universitário, argumenta que a sociedade impõe certas condições de atualização para o futuro profissional de forma que este precisa se adaptar a essas exigências, demonstrando além do conhecimento a capacidade de relacioná-lo com informações atuais. Para Zabalza (2004), o docente necessita repensar as metodologias de ensino visando trabalhar um processo de formação continuada, possibilitando ao aluno o aprofundamento na disciplina de acordo com a própria motivação. Giesta (2003, p. 40) discutindo sobre a complexidade do ensinar e aprender na educação superior argumenta:

O docente que tiver clareza do seu papel diante da educação está também consciente do seu compromisso com a aprendizagem de seus alunos. Uma aprendizagem que lhe confira confiança em utilizar conhecimentos adquiridos para analisar, refletir, propor, modificar, acrescentar, suprimir informações e ações.

Comprometido com a aprendizagem, o professor procura buscar sua formação continuada, a fim de possibilitar aos acadêmicos um ensino de qualidade, voltado para as necessidades dos estudantes e da sociedade.

O docente desempenha um papel importante na busca de novos conhecimentos e formas de ensinar. O aprendiz tende a copiá-lo em suas *atitudes e valores*. Portanto, para o acadêmico aprender, faz-se necessário que ele também seja responsável pela sua aprendizagem, juntamente com seus colegas e professor na busca de uma formação profissional e humana. A importância da formação, segundo Zabalza (2004), está vinculada ao crescimento e aperfeiçoamento das pessoas e o aperfeiçoamento deve ser entendido num sentido amplo, como crescimento pessoal, sendo este para qualificar a pessoa. Acréscimos na

formação só têm sentido quando se dá como um todo, visando o crescimento do ser humano, da pessoa que está em processo de formação.

Chamamos ‘aprendizagem contínua’ o desenvolvimento do potencial humano através de um processo de apoio constante que estimule e capacite os sujeitos a adquirir os conhecimentos, os valores, as habilidades e a compreensão das coisas que vão necessitar para saber aplicá-los com confiança, criatividade e prazer em quantos papéis, circunstâncias e ambientes vejam-se envolvidos durante toda sua vida. (LONGWORTH apud ZABALZA, 2004, p. 54).

Para o autor, essa definição homogênea e homologa, em nível mundial, a formação contínua. A importância da definição se deve ao fato de aliar a formação ao prazer do sujeito estar em formação para a vida, se tornando um ser independente, capaz de gerenciar sua aprendizagem.

O processo de formação contínua para Isaia e Bolzan (2006), é entendido como um processo de *(trans)formação*. Entende-se como um processo que vai além da formação, que supera o âmbito profissional, estendendo-se ao âmbito pessoal, inclusive.

Quando o professor atua nas licenciaturas, seu papel é essencial, porque além de formar futuros profissionais, está diante de futuros formadores de opinião, de profissionais que, em breve, terão a responsabilidade de formar outros seres humanos, que deverão ter as mesmas oportunidades como pessoas.

A formação envolve segundo Isaia e Bolzan (2006, p.72),

[...] ações formativas desenvolvidas ou ativadas conscientemente pelos próprios professores ou futuros professores; ações formativas orientadas por professores responsáveis pela preparação de futuros profissionais da educação; ações formativas a partir da interação com outros professores ou alunos em formação e, ainda, os contextos específicos nos quais a formação se desenvolve.

Percebe-se então, que o processo de formação é amplo e acontece no contexto e na interação com os outros e depende de uma ação consciente dos envolvidos.

Ao refletir sobre os profissionais que as licenciaturas devem formar Isaia e Bolzan (2006) salientam que este necessita ter o conhecimento para ser professor e o conhecimento específico da área que vai lecionar. Portanto, para ser professor, o sujeito precisa ter o conhecimento de como e o quê ensinar. “O papel de mediador é fator essencial para que os processos de ensino e de aprendizagem se estabeleçam, promovendo as trocas socioculturais essenciais ao desenvolvimento de aprendentes e ensinantes”. (ISAIA & BOLZAN, 2006, p.71).

Quando o ensino e a pesquisa não andam juntos tem-se um empobrecimento da produção pedagógica. O professor que ensina em especial nas licenciaturas e procura pesquisar sua própria prática docente atinge os objetivos de formação continuada tanto sua quanto dos acadêmicos (ISAIA, 2003; ZABALZA, 2004; ISAIA & BOLZAN, 2006). Segundo os autores, essa valorização da pesquisa na educação não é comum, tendo em vista que ela acontece, em geral, dissociada do ensino.

Com o propósito de favorecer a aprendizagem e melhorar a qualidade dos cursos de graduação, uma das características básicas da aprendizagem, segundo Masetto (2004, p. 87) é:

Integrar o processo de ensino-aprendizagem com a atividade de pesquisa tanto do aluno como do professor. O aluno começar a se responsabilizar por buscar as informações, aprender a localizá-las, analisá-las, relacionar as novas informações com seus conhecimentos anteriores, dando-lhes significado próprio, redigir conclusões, observar situações de campo e registrá-las, trabalhar com esses dados e procurar chegar à solução de problemas etc.

Atuando dessa forma, o professor proporciona ao aluno oportunidades de reflexões pessoais e compartilhadas e favorece a autonomia do educando. Nesse sentido, Isaia (2003) argumenta que a medida que o professor oportuniza a formação de seus alunos, ele se constitui como tal. E nesse sentido, entende-se que o professor que prima por oportunizar uma formação mais adequada aos seus educandos favorece sua própria formação e atuando assim desempenha o papel de educador consciente. Isaia e Bolzan (2006) argumentam, ao mesmo tempo, que os professores são responsáveis pelos processos formativos de seus alunos e seus e trata-se de integrá-los a prática educativa.

Ser educador é fazer uma opção metodológica, uma opção política consciente, com a escolha de uma metodologia de ensino que favoreça o processo de emancipação do educando. A educação é intencional “[...] toda e qualquer metodologia de ensino possui uma intencionalidade política. Não existe, pois, uma metodologia de ensino despolitizada, assim como toda ação pedagógica supõe uma atitude metodológica” (RAYS, 2000, p.101). Por essa razão, o educador, ao posicionar-se metodologicamente antes, fez uma opção política consciente ou inconscientemente que está atrelada a sua visão de mundo. Para Saviani (1997, p. 13), “a neutralidade é impossível porque não existe conhecimento desinteressado”.

É papel do educador fazer uma análise crítica da realidade na qual está inserida a escola e a realidade social dos educandos, para optar por uma metodologia de ensino que favoreça os anseios do momento e do futuro desses educandos. “A opção por uma metodologia de ensino que atenda aos interesses imediatos e mediatos dos educandos, só pode

ser originada da análise crítica do contexto social e das características individuais e grupais [...]” (RAYS, 2000, P.90). Para realizar essa análise crítica, faz-se necessário que o educador esteja inserido no ambiente escolar e analise, criticamente, o meio social do qual os educandos provêm.

Utilizar uma metodologia de ensino que proporcione a unidade entre a teoria e a prática, favorece o aprendizado do saber elaborado de forma crítica. Referindo-se à unidade entre a teoria e a prática, Rays (1998, p. 40) escreve que “a correta unidade dessa relação exige uma prática pedagógica histórico-crítica, visando a garantir ao educando atividades cognoscitivas e atividades práticas, que proporcionem os meios para a assimilação crítica do conhecimento científico e da realidade objetiva”.

O professor pesquisador, aquele que pesquisa sua própria prática docente, tem condições de unir a prática a teoria. A teoria desenvolve-se ao pesquisar sobre educação e a prática ao exercitar a função de educador, porque dessa forma desenvolve a prática com o conhecimento teórico de suas pesquisas, de suas construções, enfim das reflexões em torno da prática educativa.

Segundo Sacristán (1999, p. 19)

Elucidar o problema das relações entre teoria e prática constitui um esforço para obter uma teoria explicativa do *como*, do *porquê* e do *para que* da prática educativa, que deveria explicar os processos de elaboração e de desenvolvimento do pensamento sobre a educação e dos possíveis papéis que desempenha (grifo do autor).

Com essa idéia, procura-se explicitar no próximo item *como*, *por que* e *para quê* a Modelagem Matemática estará posta neste estudo e além disso, *para quem*, discutindo-a como uma metodologia de ensino capaz de embasar a ação desenvolvida durante esta investigação e desta forma, adquiri-se conhecimento teórico sobre a ação que se pretende desenvolver para posterior análise e ainda refletir sobre a prática desenvolvida.

A formação do professor é percebida como indispensável à construção de um espaço de aprendizagem significativa e contextualizada, em que formadores e alunos estejam envolvidos em aprender através da pesquisa. A Modelagem Matemática, nessa visão, pode possibilitar ao professor construir seu próprio processo de aprendizagem docente.

## 2.2. METODOLOGIA DE ENSINO ADOTADA - MODELAGEM MATEMÁTICA

A forma como os conteúdos matemáticos e estatísticos são trabalhados, podem contribuir para que o aluno tenha uma visão crítica das relações sociais que envolvem os seres humanos. Para Bassanezi (2002), é necessário buscar alternativas de ensino aprendizagem que facilitem a compreensão e a utilização da matemática. Para esse autor, a Modelagem Matemática une teoria e prática, motiva o aluno no entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la. Assim, o aluno terá um discernimento mais apropriado para exercer a cidadania e participar da sociedade ativamente.

Segundo Barbosa (2005), transpor o ensino de Matemática do *paradigma do exercício* para o de *cenários para a investigação* é um avanço considerável para uma aprendizagem significativa. Para o autor, o paradigma do exercício está centrado no conhecimento do professor, ele expõe o conteúdo, exemplifica, passa exercícios para serem resolvidos pelos alunos, conforme o modelo e os corrige. As estratégias estão predefinidas e os exercícios são o centro da atenção, dessa forma o professor trabalha na *zona de conforto*. No entanto, os cenários para a investigação representam *zona de risco* pelo fato de que, nesse cenário, parte-se de um problema, uma situação de investigação, passando pela discussão dos alunos e professor, uma situação de plenária. O exercício é a consolidação das normas, conhecimento produzido com o professor em diálogo com os alunos. Nessa situação, o centro é a investigação, o exercício é periférico. Como as atividades que surgem não são programadas pelo professor porque os alunos investigam, pesquisam, surgindo discussões que, normalmente, não surgiriam em aulas de matemática, o professor depara-se com situações novas a cada aula, a cada turma, o que o faz estar em constante busca e ele passa então a ser um eterno aprendiz.

Em relação às investigações sobre o ensino e a aprendizagem dos conteúdos de estatística e matemática, Wodewotzki e Jacobini (2004) sugerem que sejam realizadas concomitantes e com intercâmbio dos resultados alcançados, além de não serem exclusivas e nem dissociadas. Não é possível separar a estatística da matemática. A estatística, em geral, é utilizada como ferramenta pela matemática e vice-versa. Roiter e Petocz, apud Grácio e Oliveira (2005, p.9), pesquisando sobre cursos nas universidades australianas “identificam quatro abordagens principais para cursos introdutórios de Estatística: Estatística como ramo da Matemática; Estatística como análise de dados; Estatística como delineamento experimental e Estatística como resolução de problemas”.

Discutindo a importância do pensamento estatístico, inclusive na abordagem de conteúdos matemáticos, Wodewotzki e Jacobini (2004, p. 234) descrevem sua percepção com a estatística.

No ensino superior a Estatística é ministrada em praticamente todos os cursos, com ênfase na estatística descritiva e em questões relacionadas com a inferência estatística. No entanto, apesar da importância do pensamento estatístico na abordagem dos conteúdos programáticos, sua presença raramente é percebida.

Devido ao fato da estatística passar despercebida, acredita-se que o importante é a forma como é trabalhada e pode, ou não, envolver os conteúdos abordados. Sua presença será marcante ao representar mais que uma disciplina no currículo, um significado para o aluno e um envolvimento com a vivência do aluno; ao investigar problemas relacionados ao cotidiano do aluno, que favoreçam a tomada de decisões; ao oportunizar reflexões e críticas podem trazer uma relevância aos trabalhos desenvolvidos.

Lopes (2004, p.192), ao discutir uma perspectiva para o ensino de estatística que possibilite ao aluno realizar análises de questões sociais e econômicas, posiciona-se pela estatística na perspectiva da análise de dados e argumenta.

Incorporar estatística nas aulas de matemática, focalizando uma formação mais crítica parece exigir uma abordagem dos conhecimentos estatísticos na perspectiva da análise de dados que sejam coletados a partir de uma problemática que seja relevante para o estudante.

Os educadores matemáticos em qualquer nível de ensino possivelmente estão comprometidos com a construção da cidadania do estudante, ao considerar o ensino de estatística como análise de dados.

Compactua-se com a opinião da autora, pois ao considerar o ensino de estatística, a partir da análise de dados, oriundos da coleta, a fim de solucionar situação-problema do interesse do aluno, torna-se possível uma formação crítica. Cargnin Stieler (2006) argumenta ser papel da estatística favorecer a tomada de decisão de forma crítica, consciente e condizente com a realidade.

Pela importância que pode exercer na formação do sujeito, a estatística tem despertado atenção dos educadores, de modo que, nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), há a sugestão de desenvolver a capacidade de pesquisar informações, analisá-las e relacioná-las com a capacidade de aprender, criar e formular ao invés do simples exercício de memorização (BRASIL, 1999). Esses conteúdos podem ser propostos com dados reais e relacionados à realidade do aluno, desde que parta deles a problemática a ser pesquisada ou que ela seja de seu interesse.

Os PCNs argumentam que a matemática pode contribuir de forma significativa para o exercício da cidadania, uma vez que, para exercê-la, faz-se necessário saber calcular, medir raciocinar, argumentar e tratar informações estatisticamente.

Para isso, faz-se necessário desenvolver uma prática pedagógica em que se desenvolva a criatividade, a iniciativa pessoal de emitir opinião e tomar decisões, a socialização do conhecimento, a argumentação, o estabelecimento de estratégia, a validação de resultados, a capacidade crítica e a autonomia. Segundo Lopes (2004), a ação crítica e reflexiva com a estatística ajuda o aluno a refazer seu modo de observar o mundo, formando-o para tomar decisões.

Pelo fato de ser o professor de matemática, na educação básica, que trabalha com a estatística, na disciplina de matemática, surge assim uma tentativa de integração de conceitos matemáticos e estatísticos para a resolução de problemas através da Modelagem Matemática.

No Brasil, segundo Burak (2004), iniciaram-se os trabalhos de Modelagem Matemática com um grupo de professores coordenados pelo professor Dr. Rodney Carlos Bassanezi, na Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), nos anos oitenta. Em cursos de especialização três anos mais tarde, no Paraná, hoje, Universidade Estadual do Centro Oeste (UNICENTRO).

A partir de 1987, começam os primeiros trabalhos com enfoque na Modelagem, como uma alternativa para o ensino de matemática, sob a forma de dissertações e artigos. Mas nas salas de aulas ainda hoje, continuam como experiências isoladas.

A Modelagem Matemática surge como uma alternativa para contextualizar as aulas de matemática, ministradas em qualquer nível de ensino, via da investigação e pesquisa. Segundo Burak (2004), ela vem ao encontro das expectativas do educando, por dar sentido ao que ele estuda, por satisfazer suas necessidades, seus interesses, realizando seus objetivos. O aluno trabalhará com entusiasmo e perseverança formando atitudes positivas em relação à matemática, ou seja, despertará nele o gosto pela disciplina. Para Bisognin, Bisognin e Rays (2004, p. 82), “o ensino de matemática, por meio da Modelagem Matemática, proporciona ao aluno o contato com problemas reais e desenvolve a capacidade de resolvê-los”.

Para melhor compreensão da Modelagem Matemática, esse referencial teórico está baseado em autores como Barbosa (2001, 2003, 2004 e 2005), Bassanezi (2002), Biembengut e Hein (2003), Burak (1987, 2004), Wodewotzki e Jacobini (2001, 2004), entre outros que publicaram trabalhos sobre a Modelagem Matemática.

O professor ao conhecer novas metodologias necessita ler, estudar, pesquisar e buscar fontes de informações. Trabalhar com a Modelagem Matemática é uma proposta motivadora, mas necessita-se conhecer a experiência do aluno, sua realidade social, o meio cultural em que o aluno está inserido, o contexto social, político, econômico e cultural porque o aluno é parte fundamental: ele sugere, opta, participa e contribui. Para isso, as atividades devem partir

da realidade do seu ambiente, a fim de desenvolver um conhecimento contextualizado, crítico e significativo. Entende-se que a Modelagem Matemática favorece a *construção coletiva* (ISAIA & BOLZAN, 2006) pelo fato que a produção se realiza na troca de idéias e discussões entre professor e alunos.

Segundo Rodney Bassanezi, Modelagem Matemática é:

[...] um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual (2002, p. 24).

Modelos matemáticos e situações que envolvem Modelagem Matemática, descritas por ele, podem ser vistas como aproximações da realidade contextualizada, pois geralmente, não é possível trabalhar com todas as variáveis do problema real.

A Modelagem Matemática no ensino, segundo a definição dada por Biembengut e Hein (2003, p. 82), pode ser:

[...] um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece, ao mesmo tempo em que aprende a arte de modelar, matematicamente. Isso porque é dada ao aluno a oportunidade de estudar situações-problema por meio de pesquisa, desenvolvendo seu interesse e aguçando seu senso crítico.

Exemplos de utilização da Modelagem Matemática são citados pelos autores, relatando o quanto foi possível despertar o interesse dos alunos em situações concretas, como ao fazer uma caixinha ou ao criar perus em que, além do ensino da matemática estar contextualizado, desperta o senso crítico do aluno.

Ao investigar temas da realidade é possível instigar o aluno a se interessar por problemas atuais da sociedade, como as injustiças sociais, problemas econômicos, ambientais, dentre outros, enquanto aprende matemática. Dessa forma, o ensino, pela Modelagem Matemática, passa a ter um papel relevante no aspecto social, porque o aprendiz troca a passividade por uma posição atuante, em condição de contribuir, dissipar mudanças, interagir e tomar decisões como cidadão integrado na sociedade.

Dentre as literaturas consultadas, acredita-se que este estudo identifica-se com a definição produzida por Barbosa (2004b, p. 4) que ao discutir atividades de Modelagem na educação matemática desenvolvidas na escola, resume que Modelagem Matemática “é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por

meio da matemática, situações com referência na realidade”. No mesmo artigo, descreve exemplos, nos quais a Modelagem Matemática foi desenvolvida em sala de aula como facilitador da aprendizagem e as conquistas obtidas em favor da educação matemática.

Na literatura consultada, existem abordagens diferentes para a Modelagem Matemática. Cada autor tem uma visão relacionada a sua história de vida, sua experiência e sua formação. Existem divergências e pontos em comum que, em geral, relacionam a matemática e a estatística com o contexto, contribuindo para tornar o conhecimento mais prazeroso, útil e motivador, além de relacionar a matemática e a estatística com as outras ciências. Uma das visões distintas, mesmo que seja no emprego das palavras, são autores que citam a Modelagem Matemática como *estratégia* de ensino (BASSANEZI, 2002; BIEMBENGUT & HEIN, 2003) ou como uma *metodologia* de ensino (BARBOSA, 2001c; BURAK, 1989) ou usam ambas (BURAK, 2004). Entende-se que são significados atribuídos a palavras e podem estar associadas a modismos ou a concepções próprias.

O dicionário Michaelis (1998) define estratégia como a “arte de usar os meios disponíveis ou as condições que se apresentam para atingir determinados objetivos” (p. 524) e metodologia como a “teoria dos procedimentos de ensino, geral ou particular, para cada disciplina; didática teórica” (p. 842). Quanto a origem das palavras segundo o dicionário Novo Aurélio [s.d] estratégia pelo grego *strategía* e do latim *strategia* e metodologia do grego *méthodos*.

Quando a Modelagem Matemática vem acompanhada de fundamentação teórica é uma metodologia de ensino, por explicitar a concepção de educação que se pretende almejar. Estratégia pode ser uma técnica sem embasamento teórico, uma palavra tecnicista e ser generalizada como, por exemplo, estratégia de combate, estratégia de guerra. Estratégia de ensino é pontual, é um instrumento, uma técnica, uma ferramenta que auxilia o aluno na aprendizagem. Wodewotzki e Jacobini (2004, p. 234) exploram a palavra estratégia ao relacionar estratégia de atuação com o pensamento estatístico. Segundo esses autores, “A estratégia é um elemento essencial para o planejamento de um trabalho quantitativo simples, para a elaboração de um projeto, a definição de hipótese e de variáveis, como para a escolha dos sujeitos e para o processo de coleta de dados”. Barbosa (2001c, p.211), a usa para descrever as concepções das participantes da sua pesquisa quanto a Modelagem para ensinar matemática. “[...] pareciam identificar a Modelagem como uma estratégia de ensino, no sentido de que, através dela, a aprendizagem dos conteúdos seria alcançada”. Zabalza (2004), escrevendo sobre os tipos de atividades que condicionam o processo de aprender, cita as estratégias de ensino, definindo “como é apresentado o conteúdo em tempo e forma

determinados” (p. 196) e estratégias de aprendizagem sendo “como o aprendiz, por meio de sua própria atividade, organiza, elabora e reproduz tal conteúdo” (p. 197). Anastasiou e Alves (2003, p. 68), ao referirem-se aos meios ou processos utilizados em aula, argumentam ser utilizada estratégia como sinônimo de *técnica* ou *dinâmica* e adotam o termo estratégia definindo “[...] como a arte de aplicar ou explorar os meios e condições favoráveis e disponíveis, visando à efetivação da ensinagem”.

Metodologia de ensino é mais abrangente e está intimamente ligada com a visão de mundo, com a concepção de educação, de ensino que o educador possui. Numa metodologia de ensino é possível discutir o papel da educação. É possível explicitar a concepção de educação do educador. Utilizar a Modelagem Matemática como uma metodologia de ensino para a aprendizagem da matemática ou da estatística, evidencia o compromisso com uma educação transformadora.

Caldeira (2004), ao se referir à Modelagem Matemática, enfatiza a necessidade dos conhecimentos matemáticos para o indivíduo atuar como sujeito de transformação social e sugere que essa aprendizagem parta do contexto sociocultural do aluno, proporcionando-lhe o desenvolvimento do pensamento lógico, da criatividade, de aprender conceitos e de construir estruturas matemáticas, a fim de compreender a realidade social, histórica e cultural.

Por essas razões, entende-se que a matemática ou a estatística ensinada via Modelagem Matemática, faz sentido para a aprendizagem do aluno. Ao partir do contexto do aluno, ele terá entusiasmo para aprender, gostará dessa aprendizagem, além de lhe facilitar a tomada de decisão em situações do cotidiano que envolvam aspectos socioculturais. Nesse sentido, Gadotti (2003, p. 48), ao explicar por que as pessoas aprendem, escreve:

Todo ser vivo aprende na interação com o seu contexto: aprendizagem é relação com o contexto. Quem dá significado ao que aprendemos é o contexto. Por isso para o educador ensinar com qualidade, ele precisa dominar, além do texto, o com-texto, além do conteúdo, o significado do conteúdo que é dado pelo contexto social, político, econômico ... enfim, histórico do que ensina.

Na Modelagem Matemática, busca-se, na resolução de situações-problema vivenciadas pela sociedade, os modelos matemáticos que auxiliam os alunos a compreenderem tais fatos e adquirirem conceitos matemáticos ou estatísticos, favorecendo a compreensão do papel da matemática ou da estatística que os ajudará nas tomadas de decisão com o objetivo de formar um cidadão mais consciente.

Para Skovsmose (2001), a construção de modelos para entender a matemática, só é relevante se forem entendidas, além da construção matemática, as idéias econômicas que

estão por trás de cada modelo matemático. É ser capaz de seguir os caminhos da educação matemática crítica.

Barbosa (2001c, 2003b), discute as perspectivas de Modelagem Matemática no cenário internacional, classificando-a em três formas de abordagem, do ponto de vista teórico. Na *perspectiva pragmática*, os alunos utilizam a matemática para resolver problemas reais e o currículo se resume em tópicos de matemática com aplicações imediatas, priorizando o conhecimento técnico e a capacidade de resolver problemas. Na *perspectiva científica-humanista*, o contexto é utilizado como motivação para conduzir os alunos a tópicos de matemática, prioriza o conhecimento matemático. A *perspectiva sociocrítica* analisa o papel da matemática nas práticas sociais, priorizando o conhecimento reflexivo, a capacidade de discutir as implicações dos resultados matemáticos decorrentes da resolução de situações-problema da sociedade. Defendendo a idéia da Modelagem Matemática na perspectiva sociocrítica, Barbosa (2003b, s.n), argumenta que “[...] aplicações da matemática estão amplamente presentes na sociedade e trazem implicações para a vida das pessoas”. A capacidade de compreender e criticar argumentos matemáticos auxilia a intervenção dos indivíduos em debates baseados em matemática e minimiza a chance de aceitar o argumento do outro sem questionamentos. Nesse sentido, a educação matemática crítica defendida por Skovsmose (2001), sugere que os trabalhos escolares auxiliem os alunos na reflexão sobre a natureza crítica da matemática e os prepare para o exercício da cidadania. Situações do dia-a-dia, situações que acontecem na sociedade preparam os alunos para viverem no cotidiano e é um propósito para levar o aluno a aprender matemática.

Na perspectiva sociocrítica da Modelagem Matemática, acredita-se ser possível investigar o contexto social. A esse respeito Demo (1990), escreve que a visão da pesquisa no contexto dos interesses sociais é o ponto fundamental. Para esse autor, pesquisar é aprender em sentido criativo, é aprender de verdade, é parte integrante do processo emancipatório, no qual se constrói o sujeito crítico, capaz de valorizar o semelhante e ser valorizado, capaz de questionar criativamente a realidade. A aprendizagem, por meio da pesquisa, facilita o processo de construção de um sujeito capaz de ter atitudes próprias, com capacidade para argumentar e discutir questões sociais. Na opinião de Demo (1996), educar pela pesquisa é um desafio agradável, mas não fácil. O aluno vem para a escola para trabalhar em conjunto, tendo no professor a orientação motivadora, é pois um trabalho coletivo.

Nossos alunos precisarão aprender a iniciação à pesquisa e aos trabalhos científicos, a fazer investigação de caráter básico, a socializar esses conhecimentos, a desenvolver competências e atitudes que lhes permitam analisar e discutir

criticamente a ciência e suas soluções para os problemas da humanidade como hoje se apresentam, e a tomar decisões com responsabilidade de profissionais competentes e cidadãos. (MASETTO, 2001 p. 84)

Observa-se a importância de uma aprendizagem interativa e colaborativa, envolvendo o aluno em atividades de pesquisa, com o objetivo de formar um sujeito capaz de exercer sua profissão com dignidade e respeito aos seus semelhantes.

Segundo Masetto (2001, p. 87), algumas das características básicas da aprendizagem no ensino universitário são adquirir conhecimentos de maneira crítica, com a capacidade para refletir sobre a sua formação, valorizando-a e “integrar o processo de ensino e aprendizagem com atividade de pesquisa tanto do aluno como do professor”; para acontecer a aprendizagem, ela precisa ser significativa para o aluno e envolvê-lo como ser humano, sendo ele sujeito do processo de aprendizagem.

Segundo Chizzotti (2001), o ensino carece e deve tirar proveito da pesquisa, de forma sistemática e como uma atividade do cotidiano. Pesquisar é ampliar os horizontes, é aprender buscar o conhecimento de forma mais ampla, atendendo interesses individuais e coletivos. A Modelagem Matemática em suas várias formas de aplicação está relacionada com a pesquisa, com o ato de investigar. Demo (1996), argumenta sobre a importância da pesquisa na educação objetivando torná-la a maneira própria de educar.

Ao utilizarem a Modelagem Matemática no ensino de estatística Jacobini e Wodewotzki (2001, p. 64), concluem que “a aplicação da Modelagem Matemática no ensino faz com que o aluno perceba a estreita relação existente entre o que ele aprende e o meio em que ele vive”. Eles relatam como objetivos, mostrar a importância da disciplina e motivá-los para a aprendizagem. Isso acontece pelo fato do aluno pesquisar o meio em que ele vive e usar a estatística ou a matemática, a fim de solucionar as situações postas por eles em conjunto com o professor.

Segundo Wodewotzki e Jacobini (2004, p. 235),

[...] em qualquer um dos níveis de ensino, os estudantes devem ser preparados para escolher projetos, aprender a formular questões, planejar e coletar efetivamente os dados, escolher os métodos estatísticos adequados, resumir as informações e criticar os resultados obtidos, elaborar relatórios que sejam objetivos e críticos e entender limitações da Estatística, geradas principalmente pela incerteza e pela variabilidade.

Dessa forma, o ensino está relacionado a um ato de incerteza. O ensino e o pensamento sobre ele são variáveis dependentes da época histórica, do contexto e dos resultados almejados por quem ensina. O professor reflexivo procurará desenvolvê-lo por

meio de pesquisas, a fim de possibilitar aos aprendizes um pensamento interpretativo e uma visão analítica da vida cotidiana.

Destacamos a importância de os alunos gerarem seus próprios dados, de frente com atividades de ensino nas quais determinem a temática, formulem o problema que se quer investigar, formulem hipóteses e planejam. É muito importante que sejam os estudantes a gerar seus próprios dados. As atividades que assumem a forma de projetos fornecem aos estudantes experiência na formulação de questões, na definição de problemas, na formulação de hipóteses, na coleta e na representação de dados (LOPES, 2004, P. 196).

A qualidade das abordagens matemáticas e/ou estatísticas faz a diferença para a aprendizagem do aluno. A forma como se aborda um conteúdo pode contribuir, de maneira significativa, para um aprendizado consciente e crítico. Na opinião de Caldeira (2004), o nível do curso se medirá pela qualidade com que se abordará cada tópico, ganhando a dimensão do qualitativo no aprendizado.

Para Freire (1996), é indispensável ao professor saber que o fundamental, no ser humano, é despertar a curiosidade, que faz o sujeito perguntar, conhecer, atuar, reconhecer. Entende-se que, ao trabalhar com a Modelagem Matemática, é possível também aguçar a curiosidade do aluno, que irá investigar a problemática de seu interesse, o que lhe despertou a curiosidade de saber mais sobre, de pesquisar sobre. É um desafio trabalhar nessa perspectiva, em sala de aula, pois o professor e os alunos passam a ser desafiados a todo instante. O professor pode enriquecer o trabalho com indagações que favoreçam a aprendizagem, permanecendo atento a todas as possibilidades, para facilitar a aprendizagem de forma crítica e consciente. Nesse sentido, para Freire e Faundez (1985, p. 48), “[...] a primeira coisa que aquele que ensina deveria aprender é saber perguntar. Saber perguntar-se, saber quais são as perguntas que nos estimulam e estimulam a sociedade. Perguntas essenciais que partem da cotidianidade, pois é nela onde estão as perguntas”. A curiosidade gera a pergunta, a ação de refletir e pensar sobre uma situação posta. Exercitar a curiosidade, o ato de perguntar é sair da zona de conforto e desafiar-se. Perguntar é dar o direito de receber respostas e perguntas gerando discussões, em torno de situações vivenciadas.

Um dos propósitos da Modelagem Matemática, entre outros, é levar o aluno a gostar mais da Matemática, gostar de estudar Matemática, sentir vontade de estar em contato com essa disciplina. Pensa-se que a Modelagem Matemática atinge esse objetivo quando ela favorece a discussão de situações vivenciadas no dia-a-dia, facilitando a tomada de decisão. “Acreditamos que esse gosto se desenvolve com mais facilidade quando é movido por

interesses e estímulos externos à Matemática, vindo do ‘mundo real’” (BASSANEZI, 2002, P. 15).

Discutindo a formação dos professores, Barbosa (2001b), inclusive baseado em outros autores, considera que são vantagens da Modelagem Matemática, a contribuição na compreensão dos conteúdos matemáticos, desenvolvimento de habilidades de pesquisa e experimentação, levando em consideração o contexto sociocultural, a interdisciplinaridade, a espiralização do currículo, a significação das atividades escolares, o envolvimento dos alunos, o relacionamento e a influência positiva no desempenho escolar.

Por ser um processo de investigação, a Modelagem Matemática possibilita ao aluno participar ativamente do trabalho, desperta nele interesse, curiosidade, criatividade, motivação, favorece a criação de um ambiente que propicie momentos de construção do conhecimento, de descoberta, de troca de idéias, de produção significativa e crítica, visando formar um cidadão consciente. Blum, apud Barbosa (2003a, p. 67) discutem cinco argumentos para incluir a Modelagem Matemática na educação escolar.

- Motivação: os alunos sentir-se-iam mais estimulados para o estudo de matemática, já que vislumbrariam a aplicabilidade do que estudam na escola;
- Facilitação da aprendizagem: os alunos teriam mais facilidade em compreender as idéias matemáticas, já que poderiam conectá-las a outros assuntos;
- Preparação para utilizar a matemática em diferentes áreas: os alunos teriam a oportunidade de desenvolver a capacidade de aplicar matemática em diversas situações, o que é desejável para moverem-se no dia-a-dia e no mundo do trabalho;
- Desenvolvimento de habilidades gerais de exploração: os alunos desenvolveriam habilidades gerais de investigação;
- Compreensão do papel sócio-cultural da matemática: os alunos analisariam como a matemática é usada nas práticas sociais.

Ao analisar as contribuições da Modelagem Matemática para o ensino–aprendizagem, observando essas assertivas e refletir sobre cada uma delas, percebe-se que todas têm sua importância. Salienta-se a motivação e o interesse, a vontade de aprender, a participação e a colaboração, a aplicabilidade e/ou a utilidade, a investigação e a pesquisa, como fatores importantes para que essa metodologia de ensino seja aplicada. A principal, porém, é a compreensão do papel sociocultural da Matemática que auxilia o educando na tomada de decisão.

### 3. DELINEAMENTO METODOLÓGICO

A proposição da presente investigação surgiu das nossas inquietações profissionais, referentes ao ensino de matemática e de estatística e do interesse que sentimos em refletir sobre as possibilidades que a Modelagem Matemática oferece à aprendizagem contextualizada e significativa de conceitos matemáticos e estatísticos.

Este capítulo dedica-se a justificar os delineamentos metodológicos, composto pelo problema, objetivos, abordagem metodológica, sujeitos participantes da pesquisa, os instrumentos de coleta de dados e a análise dos dados utilizados.

#### 3.1. O PROBLEMA

O problema de pesquisa que orienta esse estudo é sustentado pela problemática da investigação que argumenta a relevância do ensino da matemática e da estatística e a importância do problema em estudo.

Dessa forma, busca-se delimitar o tema da pesquisa, a fim de apresentar o ensino de maneira contextualizada, crítica e contribuir para a compreensão do papel da matemática e da estatística nas práticas sociais. Este estudo tem como problema de pesquisa:

*A metodologia da Modelagem Matemática contribui para uma aprendizagem significativa e contextualizada de conceitos de Matemática e Estatística em um curso de licenciatura?*

#### 3.2. OBJETIVO

No intuito de encontrar solução para o problema pesquisado, estabeleceu-se o objetivo a seguir:

**Objetivo geral:**

Analisar as possibilidades que a Modelagem Matemática oferece à aprendizagem contextualizada e significativa de conceitos matemáticos e estatísticos, em uma turma de sétimo semestre do Curso de Licenciatura em Matemática da UNIFRA.

**Objetivos específicos:**

-Observar as atividades de Modelagem Matemática, realizadas pelos alunos do ponto de vista da matemática e do contexto social.

- Analisar a aprendizagem adquirida durante a construção de modelos matemáticos.
- Analisar o modo pelo qual a Modelagem Matemática contribui para uma aprendizagem contextualizada e significativa de conceitos matemáticos e estatísticos.

### 3.3. ABORDAGEM METODOLÓGICA

Esta investigação requer a opção por uma abordagem de pesquisa e a definição de procedimentos metodológicos para o plano de ação da experiência de ensino a ser desenvolvida. Descreve-se, de forma sucinta, a abordagem de pesquisa e os procedimentos metodológicos a serem utilizados no plano de ação para o desenvolvimento da Modelagem Matemática.

A pesquisa, quanto aos objetivos, é descritiva porque, segundo Gil (2002), é a que descreve as características de um determinado grupo ou determina as associações entre as variáveis. Tem uma abordagem qualitativa por trabalhar com o pensamento do aluno, analisando as respostas e atitudes em sua complexidade (D'AMBROSIO, 2004). Nessa abordagem, o raciocínio é dialético e indutivo, preocupa-se com a qualidade das informações, possibilita narrativas ricas e interpretações individuais ou partilhadas, dependendo do contexto. Para Oliveira (2002, p. 117)

As pesquisas que se utilizam da abordagem qualitativa possuem a facilidade de poder descrever a complexidade de uma determinada hipótese ou problema, analisar a interação de certas variáveis, compreender e classificar processos dinâmicos experimentados por grupos sociais, apresentar contribuições no processo de mudança, criação ou formação de opiniões de determinado grupo e permitir, em maior grau de profundidade, a interpretação das particularidades dos comportamentos ou atitudes dos indivíduos.

Para o autor, essa abordagem permite uma pesquisa não estruturada de caráter exploratório que favorece ao pesquisador um entendimento significativo do contexto de inserção do problema. Além disso, há um acompanhamento mais detalhado e pormenorizado da situação que é a pretensão, ao desenvolver as atividades de Modelagem Matemática.

Com o propósito de encaminhar o trabalho em sala de aula, seguimos as etapas da Modelagem Matemática descritos por Burak (2004) que são: escolha do tema; pesquisa exploratória; levantamento dos problemas; resolução do(s) problemas e o desenvolvimento da matemática relacionada ao tema; análise crítica da(s) solução (es).

A experiência teve início com a apresentação da proposta de trabalho seguindo os passos descritos por Burak (2004):

A escolha do tema:

O tema foi proposto pelos grupos de acordo com o interesse de seus componentes. Nesta etapa, a professora pesquisadora observou as discussões que os alunos travaram para a escolha do tema e quais argumentos usaram para chegarem a um consenso sobre o assunto a ser pesquisado. Essas observações foram registradas no Diário de Campo da pesquisadora, divididas por grupo para facilitar o trabalho e ter as observações em seqüências.

Pesquisa exploratória:

É a etapa de investigação sobre o tema e sobre o conteúdo matemático a ser abordado, no intuito de conhecer as dimensões socioculturais do contexto dos alunos.

Levantamento das situações-problema:

As situações-problema foram elaboradas pelos grupos, a partir da investigação dos dados. Essa etapa estimulou a busca e a organização de dados, favoreceu a compreensão do assunto em questão. As situações-problema determinaram o conteúdo matemático ou estatístico a ser desenvolvido. Nessa etapa, cada grupo decidiu a problemática a investigar, ou seja, que situações-problema eles pretendiam investigar.

Resolução das situações-problema e o desenvolvimento da matemática ou estatística relacionada ao tema:

A resolução das situações-problema constituiu-se numa das etapas mais ricas, pois favoreceu a aprendizagem de conteúdos matemáticos e estatísticos de forma contextualizada. A partir das hipóteses levantadas pelos grupos, juntamente com as professoras, foram desenvolvidos diferentes conteúdos matemáticos e estatísticos. Essa etapa oportunizou a construção de modelos matemáticos que permitiram a tomada de decisão e favoreceram a formação do pensamento reflexivo como também as habilidades de pesquisa.

Análise crítica da(s) solução (es):

Verificamos se a solução da situação-problema investigada era válida e realizamos a validação e a análise crítica para a elucidação de fatos do cotidiano. Os alunos foram encorajados a investigar o que era possível aplicar de estatística e/ou matemática na resolução das situações-problema, quais suas implicações sociais e a relevância para a comunidade.

Durante o desenvolvimento desta investigação, que teve a intenção de trabalhar com Modelagem Matemática, a ação pedagógica da professora pesquisadora embasou-se em Ferruzzi, que descreve as seguintes orientações ao professor que pretende desenvolver atividades com Modelagem Matemática.

[...] o professor deve comportar-se como um orientador, como um coordenador das atividades, tentando solucionar as dúvidas dos alunos, intervir quanto solicitado e recomendar bibliografias que possam auxiliar os alunos, comportando-se assim como um norteador de idéias. É importante que os alunos reflitam sobre o seu trabalho. Assim, o professor não deve responder diretamente as questões, mas sim, usar questões que os incentivem a refletir sobre o seu desenvolvimento. É importante também que os alunos sejam incentivados a justificar seus procedimentos e que explicitem matematicamente suas conclusões, para que assim, reflitam sobre o seu próprio trabalho. Assim, a atitude do professor visa a orientação dos trabalhos, oferecendo apoio, provocando discussões, realizando ligações entre o conhecimento do aluno e os conteúdos a serem apresentados. (2004, p. 11).

As orientações da autora vêm ao encontro desta investigação, pois as professoras procuraram orientar e coordenar as atividades com Modelagem Matemática, valendo-se de intervenções quando solicitadas ou ao julgarem necessária, bem como instigaram discussões no intuito de provocar reflexões.

Vencidas todas essas etapas, foi destinada oportunidade para os grupos apresentarem seus trabalhos aos alunos e professores do curso de Licenciatura em Matemática da UNIFRA e, dessa forma, puderam compartilhar os resultados da experiência com a comunidade do curso.

### 3.4. SUJEITOS PARTICIPANTES

A presente investigação foi desenvolvida com alunos do sétimo semestre do Curso de Licenciatura em Matemática da UNIFRA, matriculados na disciplina *Projeto de Pesquisa e Extensão em Educação Matemática II* e foi realizada de março a junho de 2006, com um encontro semanal de duas horas-aulas. Frequentaram a referida disciplina seis alunos. A fim de preservar a identidade, em consonância com a pesquisa qualitativa, para os alunos são apresentados os nomes fictícios de sua preferência de Ana, Diana, Eva, Lia, Roberto e Vania.

### 3.5. OS INSTRUMENTOS DE COLETAS DE DADOS

O desenvolvimento da investigação é de natureza qualitativa e para uma melhor compreensão do problema foi utilizado mais de um instrumento para obtenção dos dados, como observação participante, Diários de Campo, análise de documentos e entrevistas.

A observação participante é uma forma consciente e crítica do pesquisador obter as informações desejadas, interferindo, quando necessário, de modo que se sinta membro do grupo e que o grupo também o conceba da mesma forma. Para Feil (1995), a observação participante é um instrumento de captação de dados e de mudança social porque é também um

instrumento de modificação do meio pesquisado. Para Alves-Mazzotti (1999), a observação participante é a mais utilizada nas pesquisas qualitativas e o pesquisador é o principal e o mais confiável instrumento de observação, seleção, coordenação e interpretação. Na pesquisa qualitativa, segundo Barbosa (2001c, p. 82), “o pesquisador é considerado instrumento de pesquisa, que pode recorrer às suas experiências, ao seu conhecimento tático e aos seus pressupostos existenciais para coletar os dados, compreendê-los e interpretá-los”.

O acompanhamento do desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática foi realizado através de registros sistemáticos no Diário de Campo da pesquisadora, no qual foi registrado o que ocorreu durante o andamento das atividades. Para Feil (1995, p. 13), Diário de Campo “é o instrumento pelo qual o pesquisador registra, descreve, ordena dados, toma novas decisões e produz conhecimento [...]”. Cada grupo de alunos recebeu seu Diário de Campo, um caderno destinado para o registro do andamento de suas aprendizagens, relatos das dificuldades, das dúvidas, dos acertos, da validade dos problemas por eles mesmos propostos e que permitiu fazer uma auto-avaliação do grupo e triangulação dos dados.

Com o intuito de evidenciar os resultados da pesquisa, analisou-se os documentos produzidos pelos grupos de alunos, durante a pesquisa com Modelagem Matemática, ou seja, seus trabalhos escolares que em suma são os artigos produzidos (Anexo B, C, D, E). Segundo Alves-Mazzotti (1999, p. 169), documento é “qualquer registro escrito que possa ser usado como fonte de informação”.

Outro procedimento metodológico utilizado foi a entrevista semi-estruturada, que é uma forma de obter dados utilizando uma entrevista com perguntas pré-determinadas, tendo a pesquisadora liberdade de fazer pequenas alterações, dependendo do rumo da entrevista. Para Feil (1995), a entrevista semi-estruturada é composta de perguntas planejadas com o objetivo de servir de parâmetro para o pesquisador e são desenvolvidas de forma natural, seguindo o rumo que a própria entrevista dá. Para Alves-Mazzotti (1999) na entrevista semi-estruturada as perguntas são específicas e o sujeito responde com suas palavras. Aplicou-se a entrevista semi-estruturada como sendo um instrumento de coleta de dados de caráter qualitativo, as questões foram levantadas como parâmetros para a pesquisadora e foram desenvolvidas de forma natural. Foram realizadas entrevistas individuais com todos os sujeitos da pesquisa e uma entrevista coletiva. As entrevistas foram gravadas para a pesquisadora ter mais liberdade e dedicar maior atenção aos sujeitos da pesquisa e as suas expressões, proporcionando-lhe melhores condições de entender as visões dos sujeitos e captar a riqueza das explicações.

A entrevista individual (Apêndice A) foi realizada para traçar o perfil sócio-acadêmico dos sujeitos, a fim de compreender suas atitudes frente aos encontros realizados durante a

investigação. A entrevista coletiva (Apêndice B) foi realizada no final da pesquisa, junho de 2006, a fim de levantar a apreciação dos sujeitos da pesquisa sobre a experiência realizada. As entrevistas aconteceram nas dependências da biblioteca da UNIFRA e depois transcritas.

Utilizando-se mais de um procedimento para a obtenção dos dados é possível realizar a triangulação. Fizemos a opção por realizar uma triangulação confrontando os dados obtidos pela pesquisadora, que desenvolve uma investigação sobre a própria prática docente, com os obtidos pelos alunos, principalmente pela opção de propor uma metodologia interativa, onde o professor e alunos são responsáveis pela aprendizagem. Alves-Mazzotti (1999), destaca que uma forma de aumentar a credibilidade de uma pesquisa de abordagem qualitativa é triangular os dados, salientando a importância de diferentes procedimentos para a obtenção de dados. Para Araújo e Borba (2004, p. 35,36)

[...] Triangulação em pesquisa qualitativa consiste na utilização de vários e distintos procedimentos para a obtenção dos dados. Os principais tipos de triangulação são a de fontes e a de métodos. Quando checamos, por exemplo, as informações obtidas em uma entrevista com as atas de uma reunião sobre um mesmo assunto, estamos fazendo uma triangulação de fontes. Por outro lado, se observarmos o trabalho de um grupo de alunos e depois entrevistarmos seus componentes sobre o trabalho desenvolvido, realizamos uma triangulação de métodos. Fazendo assim, o pesquisador, ao invés de construir suas conclusões a partir de observações, pode utilizar as entrevistas para checar algum detalhe ou para compreender melhor algum fato ocorrido durante as observações, promovendo uma maior credibilidade de sua pesquisa.

Tendo em vista, a opinião desses autores e a natureza da pesquisa, optamos por realizar a triangulação de fontes dando maior credibilidade à pesquisa. Para isso, utilizamos as observações participantes registradas no Diário de Campo da pesquisadora, registros nos Diários de Campo dos sujeitos participantes, documentos dos sujeitos participantes e entrevistas semi-estruturadas, individuais e coletiva.

Esta investigação ocorreu num contexto de sala de aula na disciplina de *Projetos de Pesquisa e Extensão em Educação Matemática II* com encontros semanais de duas horas-aulas, durante o primeiro semestre letivo de 2006, com um trabalho compartilhado com a professora responsável pela disciplina. As observações foram realizadas neste contexto, no qual realizamos uma produção conjunta entre as duas professoras e os alunos e ao término de cada encontro discutíamos, juntamente com os alunos, as atividades desenvolvidas, as facilidades e as dificuldades encontradas. Percebemos que no decorrer do trabalho, estabeleceu-se um clima de confiança entre os alunos e as professoras.

Durante todo o processo, a pesquisadora se valeu da observação participante para acompanhar o andamento do trabalho, as progressões em grupo e individuais, tendo os

objetivos propostos pela pesquisa e a questão de pesquisa como relevância para os aspectos observados. Registrou-as em seu Diário de Campo, após cada encontro, descrevendo os acontecimentos, o que julgava relevante para o estudo e as possíveis reflexões decorrentes.

Durante toda a pesquisa, procurou-se obter dados por meio das entrevistas individuais e coletivas, das observações registradas no Diário de Campo da pesquisadora, e das atividades desenvolvidas pelos sujeitos da pesquisa.

### 3.6. ANÁLISE DOS DADOS UTILIZADOS

No decorrer da investigação, os pressupostos teóricos foram aprimorados com leituras de livros, artigos, dissertações e teses para comparar idéias de autores sobre Modelagem Matemática, principalmente voltadas ao trabalho com pesquisas. E o embasamento teórico adquirido serviu para orientar a investigação e contrastar com os argumentos formulados na análise dos dados.

Segundo Alves-Mazzotti (1999, P. 170), a pesquisa qualitativa gera dados que necessitam ser organizados e compreendidos. “Este é um processo complexo e não-linear, que implica um trabalho de redução, organização e interpretação dos dados que se inicia já na fase exploratória e acompanha toda a investigação”.

Os dados por si só não dão significado a investigação, por isso descreveremos os passos seguidos para preparar a análise dos dados e sua realização.

Durante toda a pesquisa, procurou-se ter em mãos os dados até então adquiridos, como a transcrição das entrevistas individuais, as observações registradas no Diário de Campo da pesquisadora e as atividades desenvolvidas pelos sujeitos da pesquisa, por acreditarmos que dessa forma, teríamos conhecimento adequado sobre os dados que estavam sendo gerados. Orientamo-nos para analisar os dados, basicamente pelos objetivos da pesquisa e analisamos as possibilidades que a Modelagem Matemática oferece à aprendizagem contextualizada e significativa de conceitos matemáticos e estatísticos.

De posse de todos os dados, o primeiro passo foi preparar o material a ser analisado, os Diários de Campo, as entrevistas transcritas, a produção dos grupos. Através da leitura, procurou-se estabelecer contato com o material a ser analisado e formular argumentos. Buscaram-se na literatura contrastes para os argumentos formulados, a fim de perceber o que se enquadrava ou não, aprimorando o processo de análise de dados. Compartilharam-se as interpretações com o orientador e colega de curso e após as sugestões e comentários as interpretações tecidas anteriormente foram revisadas.

Escrever e apresentar os resultados são os últimos passos a serem seguidos. Escrever é parte do processo de interpretação e acompanha esta investigação que está baseada na pesquisa qualitativa e os resultados estão sob a forma descritiva, acrescidas da discussão e das vozes dos sujeitos participantes.

## 4. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Este capítulo tem o propósito de apresentar as análises e discussões dos dados obtidos através das observações participantes, realizadas durante a aplicação da pesquisa, registradas no Diário de Campo da pesquisadora, dos relatos registrados nos Diários de Campo dos sujeitos da pesquisa, das entrevistas individuais, da entrevista coletiva e dos documentos produzidos, tendo como base os pressupostos teóricos do capítulo 2.

O processo de interpretação e descrição foi organizado em subitens, a fim de facilitar a compreensão. Buscamos compreender como os alunos realizam suas aprendizagens, durante o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática. Orientamos-nos, basicamente pelos objetivos da pesquisa e analisamos as possibilidades que a Modelagem Matemática oferece à aprendizagem contextualizada e significativa de conceitos matemáticos e estatísticos, em uma turma de sétimo semestre do Curso de Licenciatura em Matemática do Centro Universitário Franciscano de Santa Maria (UNIFRA).

### 4.1. APRESENTAÇÃO DOS SUJEITOS PARTICIPANTES

Para compreender as atitudes e posicionamentos dos sujeitos frente aos encontros realizados durante a pesquisa voltada para o ensino de matemática e estatística, na entrevista individual (Apêndice A), o objetivo foi traçar o perfil sócio-acadêmico do aluno de Licenciatura em Matemática, participante desta pesquisa. Os objetivos foram explicados aos alunos, evidenciando que estavam participando da pesquisa de uma dissertação de mestrado em Ensino de Física e de Matemática que busca esclarecer a contribuição da Modelagem Matemática para uma aprendizagem contextualizada e significativa.

A entrevista foi respondida por todos os alunos participantes, em horário marcado exclusivamente para este fim, fora dos encontros semanais. O espaço utilizado foi uma sala de estudo da biblioteca da instituição. As entrevistas foram gravadas e o sujeito não foi identificado, para que não se sentissem constrangidos e a pesquisadora pudesse analisá-las, no anonimato. Foram nomeados por pseudônimos de suas preferências e as vozes escolhidas foram as significativas para o estudo. Foi combinado com os alunos que as falas passariam por correções lingüísticas, porém os conteúdos não seriam alterados.

As primeiras dezessete questões referem-se ao perfil sócio-acadêmico do sujeito da pesquisa, elaboradas com o propósito de conhecer os sujeitos participantes deste estudo.

A idade dos sujeitos da pesquisa variou de vinte a trinta anos. Para a maioria dos alunos o grau de instrução do pai é o ensino fundamental incompleto, com exceção de um que o pai iniciou o curso superior. O grau de instrução da mãe, para metade dos alunos, é também o ensino fundamental incompleto e as mães dos outros alunos possuem o ensino médio incompleto, ensino médio ou superior. Todos os alunos cursaram o ensino fundamental em escola pública e somente um, repetiu um ano escolar. O ensino médio, os alunos cursaram também em escola pública, com exceção de um aluno que cursou em escola particular. Com exceção de um aluno todos se deslocaram para Santa Maria para cursar a faculdade. Alguns alunos (33%) viajam de duas a três horas por dia para freqüentar as aulas. Excluídos os bolsistas e monitores, alguns alunos (33%) exercem função remunerada, com carga horária de quarenta horas semanais e a metade dos alunos necessita do auxílio da família para manter-se na faculdade. Alguns (66%) possuem computador em casa e destes a metade dispõe de Internet em casa e somente um possui conexão rápida. Todos têm acesso aos laboratórios de informática na instituição e todos consideram esse acesso importante e necessário, pelo fato de auxiliar na complementação de seus estudos. Transcrevo parte da fala de dois alunos quanto ao acesso aos laboratórios de informática.

[...] importante, uso sempre o laboratório. Utilizo com freqüência a internet, sinto falta de não ter em casa [...] Lia  
[...] muito bom porque assim desenvolvo mais os trabalhos, pesquiso com freqüência os conteúdos para desenvolver melhor meus estudos. Eva

Pelo fato de todos os alunos terem acesso a Internet, em suas residências ou na instituição de ensino, foi possível contar com esse recurso durante o desenvolvimento das atividades.

As outras quinze questões referem-se a opinião dos alunos sobre aspectos considerados importantes para o desenvolvimento da pesquisa. Os alunos sentiram-se valorizados em opinar e responderam todas as questões, argumentando e justificando as respostas.

A primeira questão formulada refere-se ao motivo que o levou a escolher o curso de Matemática. A maioria dos alunos (83%) considerou o gosto pela disciplina, afinidade e facilidade manifestada durante a educação básica. Outros pontos destacados foram a questão ligada ao mercado de trabalho, a facilidade de obter emprego (33%), e somente um aluno falou que o motivo era o desejo de ser professor. Alguns alunos citaram mais de um motivo

que os levou a escolher o Curso de Matemática. Esperava-se que o desejo de ser professor, num curso de licenciatura, representasse a opinião da maioria dos entrevistados.

A segunda questão referiu-se as disciplinas do Curso de Matemática que mais gostaram e o porquê. Um aluno, respondeu que gostou de todas as disciplinas, porque tem sempre alguma coisa diferente que cativa. A disciplina preferida pelos alunos (67%) foi o Cálculo Diferencial, por não ser abstrato e por ser base para outras disciplinas foram os argumentos usados pelos sujeitos da pesquisa. Alguns alunos (17%) citaram a Álgebra por estar relacionada a situações do cotidiano. Transcrevo parte da fala de um aluno ao justificar porque gosta da disciplina de Álgebra.

[...] é possível trabalhar muitas coisas. Fiz um trabalho sobre genética Eva

Também citaram a disciplina de Análise Real, por obterem boas notas e por conseguirem resolver as listas de exercícios propostas pelo professor. Observou-se que a valorização do aluno desenvolve o gosto pela disciplina.

Na terceira questão indagou-se sobre quais disciplinas os alunos menos gostaram e o porquê. Um dos sujeitos respondeu não ter disciplinas que não gostou, pois segundo ele sempre aprende-se algo novo. A disciplina de Álgebra Linear foi citada por alguns entrevistados (33%) e a justificativa foi que é abstrata e o aluno deve saber demonstrações. Outras disciplinas citadas foram: Análise Real, Teoria dos Números, Física, Estruturas Algébricas, Língua Portuguesa, Políticas Educacionais e Gestão, Introdução a Educação Especial e Metodologia da Pesquisa. Os motivos repetiram-se várias vezes e foram: a dificuldade de ler e interpretar textos; não se sentir atraído para estudar, distanciamento com o que era ensinado. Observou-se que o número de disciplinas em que os alunos gostaram foi inferior ao que não gostaram.

Na quarta questão indagou-se sobre a reprovação que se fez presente para a minoria dos entrevistados (33%) sendo que não houve disciplina em que mais de um aluno reprovasse. As disciplinas citadas foram: Cálculo I, Álgebra Linear, Análise Real e Teoria dos Números. Como causas da reprovação citaram: falta de tempo para estudar, o fato de trabalhar mais de oito horas por dia, as viagens para deslocar-se até Santa Maria e a falta de afinidade com a disciplina.

A quinta questão relacionou-se com as atividades matemáticas que lhes despertaram maior interesse. Para alguns alunos (33%) são as que envolvem atividades concretas. Atividades práticas, exercícios, cálculos, trabalhos, apresentação de trabalhos e uso do

computador também foram citadas. Transcrevo parte da fala de duas alunas que descrevem as atividades que lhes despertaram maior interesse.

[...] trabalhar com material concreto nas aulas de Estágio e computador (*maple, matlab*) nas aulas de Cálculos. Ana

[...] além das aulas expositivas, quando começava explicando os fenômenos do dia-a-dia era atrativo nas aulas de Cálculo. Vania

O gostar da disciplina de Cálculo, citada na primeira questão como a preferida dos alunos, está relacionado ao modo como o professor conduz as atividades em sala de aula, ou seja, de uma forma que desperta o interesse dos alunos.

A sexta questão referiu-se sobre quando os alunos acreditam que aprendem. A metade dos alunos acredita que aprendem quando conseguem ensinar para outra pessoa. Além disso, outros (33%), quando lembram do que estudaram e um sujeito disse que aprender é estudar sozinho. A metade dos alunos acredita que a aprendizagem está relacionada ao ato de ensinar alguém, porque eles aprendem enquanto ensinam por interagir com outra pessoa, desta forma fazem papel de mediador e no esforço de tentar explicar, eles esclarecem a si próprio. Aprendem na relação com o outro. Bisognin, Bisognin e Rays (2004), ao discutirem as competências cognitivas básicas à aprendizagem de matemática salientam que uma das melhores formas de aprender é aprender a ensinar.

A sétima questão referiu-se sobre como deveriam ser trabalhados os conteúdos de Matemática. Um dos sujeitos da pesquisa referiu-se que a melhor forma é o ensino tradicional ministrado com aulas expositivas e uma listagem de exercícios para serem resolvidos, além da adoção de um livro didático que permite o desenvolvimento de conteúdos matemáticos de forma linear e seqüencial, citando as atividades que poderiam ser desenvolvidas.

Destaca-se o fato, de que um terço dos sujeitos gostaria que os conteúdos de matemática do curso estivessem relacionados com os da educação básica, o que, segundo eles, não está acontecendo. Transcrevo algumas fala dos alunos:

[...] acho que deveriam trabalhar mais o conteúdo que vamos usar para o aluno nas escolas. Na faculdade eu sinto falta, muita falta desses conteúdos. Vou ter que explicar conteúdos que não vi na faculdade, não me lembro e não sei [...]. Assim tenho uma visão mais ampla da matemática do que um aluno do ensino médio, mas vou ter que estudar muito, tenho uma base pelas aulas particulares que dou.  
Eva

[...] fazer o intercâmbio entre o ensino superior e o médio. Os professores não realizam esse intercâmbio na faculdade. Vania

Os alunos referiam-se aos seus professores da faculdade e enfatizavam que os conteúdos do ensino básico deveriam ser trabalhados no curso superior, além daqueles que eles estão estudando.

Na primeira questão, a maioria dos alunos opinou que estão cursando licenciatura pelo gosto, afinidade e facilidade manifestada durante a educação básica com a Matemática. Enquanto que na sétima questão, alguns manifestaram a importância de serem trabalhados conteúdos da educação básica, no curso de licenciatura porque, apesar de não responderem que está se formando para serem professores, sentem a necessidade de uma matemática voltada para os conteúdos da educação básica, de uma matemática voltada para os problemas do cotidiano, da vida e com aplicações.

Outro aluno cita algumas estratégias que acredita que poderiam melhorar a aprendizagem em aulas expositivas. Pelas falas observou-se que a maioria dos pesquisados não acreditam em aulas sem nenhuma estratégia que inove a forma de ensinar Matemática. Pela riqueza das falas transcrevem-se três opiniões sobre como trabalhar os conteúdos de matemática segundo os sujeitos da pesquisa.

[...] devem ser com material concreto, em algumas aulas. Promover discussão entre colegas e utilizar calculadoras e computador. Ana

[...] de acordo com o meio, avaliar a turma. Isso é complicado. A realidade do curso é uma e na escola que faço estágio é outra. A escola dispõe de uma sala de aula com quadro e giz e tem que motivar os alunos para a aprendizagem. Roberto

[...] além das aulas expositivas acredito que trabalhar envolvendo a realidade. Levar o conteúdo para a realidade é significativo para o aprendizado. Vania

A oitava questão estava relacionada com a opinião dos alunos sobre trabalhos em grupo. A maioria (83%) posicionou-se favorável aos trabalhos em grupo, somente um dos alunos posicionou-se não muito favorável, pelo fato de depender dos componentes do grupo e argumentou levar a sério os trabalhos e por isso, às vezes, tem dificuldade de produzir com trabalhos coletivos, mas gosta da troca de idéias que o trabalho em grupo oferece. Na opinião dos alunos que são favoráveis, justificaram:

[...] é significativo para o aprendizado interagir com os colegas. Vania  
 [...] gosto de trabalhar em grupo, discutir idéias, montar o trabalho.  
 São visões diferentes e é bom. Lia

[...] é importante porque aprendemos a conversar uns com os outros,  
 avaliar-se e avaliar o colega, comunicar-se com o outro, conversar e  
 saber o que vai dizer. Eva

[...] gosto de trabalhar em grupos. Em pequenos grupos o rendimento  
 é melhor. A troca de idéias é válida. Diana

Na opinião do aluno Roberto trabalhar em grupo auxilia a formação do professor. Para ele trabalhar em grupo

[...] é importante, aprende-se a falar. Desenvolve a capacidade de manifestar-se. Hoje, para exercer qualquer profissão, saber se comunicar com as outras pessoas é primordial. Quem tem dificuldades de falar, ao trabalhar em grupo começa a se libertar, conversar, ficar mais a vontade. Conheço professores que se tivessem desenvolvido trabalhos em grupo teriam aprimorado a comunicação, professor que domina o conteúdo, mas chega em frente de um grupo e tem dificuldade para se expressar.

A nona questão estava relacionada a opinião dos entrevistados na classificação da Matemática entre as disciplinas, em termos de dificuldades para os alunos. Na opinião dos entrevistados a Matemática é a disciplina com maior dificuldade. Justificaram pelo fato da Matemática exigir disciplina, concentração, estudo e vontade de aprender. Transcrevo parte de uma fala quando justifica o porquê que classificam a Matemática como a disciplina com maior grau de dificuldade.

[...] por ter o lado abstrato a Matemática traz dificuldade, por isso a interligação com o real é fundamental. Fazer conta por conta é não entender. Vania

Nesse estudo, procuramos dar vozes aos alunos, futuros professores e percebeu-se que associam a dificuldade da matemática com o fato dela ser abstrata, justificativa da terceira questão que é sobre a disciplina que menos gostam. Portanto, se eles acreditam que a matemática tem parte abstrata, acabam conceituando-a com maior grau de dificuldade. E é essa visão da matemática que precisa ser desmistificada.

Na décima questão os sujeitos da pesquisa foram indagados sobre o que é ser bom professor de Matemática. Para a maioria dos alunos é aquele que consegue transmitir o conteúdo. Todos tinham bons argumentos para iniciar a conceituar o que é ser bom professor e relacionaram com o fato de saber ensinar. Percebeu-se nas respostas que não existiu um padrão nas definições. Alguns tinham uma visão mais crítica, do ensino outros um caráter mecânico. É intrínseco do aluno porque essa posição se repete em várias questões. Analisando as falas dos sujeitos da pesquisa percebeu-se que alguns têm uma visão mais crítica sobre o que é ser professor. Para a maioria dos pesquisados, o conceito de bom professor está atrelado a pequenas mudanças sugeridas em aulas expositivas, o que de certa forma contraria o que se observou na sétima questão, ao referirem-se sobre como devem ser trabalhados os conteúdos de Matemática. A opinião de Ana sobre o que é ser bom professor.

[...] acredito que é conseguir transmitir de forma que o aluno consiga ver que aprendeu, que está relacionado com a vida deles não só fazer conta e conta.

A aluna Vania refere-se as teorias adquiridas no curso superior e as relaciona com sua prática escolar no estágio e as outras duas alunas se manifestam sobre a aprendizagem dos alunos.

[...] conseguir que o aluno entenda o que está aprendendo e não simplesmente memorize. Com a aprendizagem me preocupo, penso nisso quando preparo aula. Não basta saber, tem que fazer. Não dá para escrever sobre a aprendizagem significativa e não fazer. Vania  
[...] saber passar o conteúdo porque não importa se o professor sabe, tem que saber passar para o aluno. Lia  
[...] conseguir transmitir de diversas maneiras o conteúdo de forma que os alunos aprendam. Eva

Observa-se que os verbos utilizados pelas alunas para conceituar o bom professor nos remete ao ensino tradicional, obtido durante a vida escolar com algumas mudanças acrescidas durante o curso de licenciatura.

As falas transcritas abaixo deixam a idéia de um trabalho voltado para a valorização do ser humano não mencionado pelos outros alunos.

[...] além de saber o conteúdo, ser uma pessoa humana. Oportunizar ao aluno que crie e seja criativo. É utilizar material concreto porque é dessa forma que os alunos vão sentir as dúvidas. Diana

[...] é aquele que motiva o aluno a estudar, não simplesmente passa o conteúdo, mas faz o aluno gostar da disciplina. Roberto

Na décima primeira questão indagou-se sobre que experiências com o ensino de Matemática os sujeitos da pesquisa possuíam. Eles responderam que estavam relacionadas com estágios no ensino fundamental, monitoria oportunizada pela instituição de ensino e aulas particulares. Nenhum dos sujeitos participantes da pesquisa está exercendo ou exerceu o magistério, além das atividades exigidas pelo curso.

Com base nessas experiências dos alunos, solicitou-se que respondessem as próximas questões.

A décima segunda questão estava relacionada com as facilidades em ser professor. O gostar de ser professor e gostar de ensinar manifestou-se em alguns (33%) dos sujeitos da pesquisa. O estar a par dos problemas sociais e o convívio social também foram aspectos apontados pelos alunos. As opiniões sobre facilidades de ser professor foram variadas inclusive uma que ser professor não tem facilidades. Veja parte da fala da aluna Vania ao argumentar que não há facilidades em ser professor.

[...] só tem trabalho. Professor não tem facilidades. Não consegue refletir...

Transcreve-se parte da fala dos sujeitos da pesquisa quando argumentam sobre as facilidades em ser professor.

[...] o convívio social e o prazer de estar ensinando aquilo que sabe para alguém que está querendo aprender. Eva

[...] na comunicação com as pessoas. Não ter medo de falar em grupo, enxerga os problemas da vida e da sociedade. É estar no meio das pessoas. Roberto

[...] quando estás bem preparado, leva-se coisa nova para eles, dedica-se para a aula, prepara-se, quando gostas fica fácil. Ana

[...] gosto de ser professora, gosto de ensinar. Saber passar para alguém é importante. Por exemplo, o médico que todo mundo fala, chegou lá passando pelos professores. Lia

[...] não sei se têm facilidades. É estar ensinando, pensar que não sabem, ajudar no aumento intelectual da pessoa. Diana

A décima terceira questão estava relacionada com as dificuldades em ser professor. As dificuldades apontadas pelos sujeitos da pesquisa foram diversas e nenhuma se destacou. Apontaram dificuldades corriqueiras como a desvalorização profissional, o desinteresse dos alunos, as dificuldades de aprendizagem. Não manifestaram nenhuma dificuldade quanto ao conhecimento adquirido nem tampouco questionaram as metodologias utilizadas ou estudadas durante o curso.

Na décima quarta questão questionou-se o tipo de atividades que desperta maior interesse para seus alunos. A resposta da maioria dos sujeitos da pesquisa foi o uso de material concreto, pois acreditavam que é um ótimo recurso para o ensino fundamental. Outras respostas citadas foram: trabalhar em grupo e discussão com colegas. Observou-se que as respostas da quinta questão, que se referia as atividades que lhes despertaram maior interesse, pouco diferem dessa.

Recorte das vozes dos sujeitos da pesquisa quando explicam as atividades desenvolvidas, com o propósito de despertar o interesse dos alunos

[...] estou trabalhando com material concreto e percebo que eles têm aquela vontade de aprender, descobrir. Jogos e atividades em grupo também usei e são bons ... Vania

[...] brincadeiras, competições, interação e material concreto. É difícil para eles trabalhar, ler..., pegar o que foi dado no quadro. Diana

Nesse recorte o sujeito da pesquisa refere-se aos seus professores como agir para despertar o interesse dos acadêmicos.

[...] além da aula expositiva, quando um professor traz alguma coisa diferente, assim em vez de ser, mostra que essa matéria pode ser usada, para que vou usar essa fórmula, porque vou utilizar... Porque é importante. Lia

Na décima quinta questão perguntou-se sobre quando seus alunos aprendem. Os sujeitos da pesquisa posicionaram-se de forma diferente comparado com a sexta questão, que é a opinião deles sobre como aprendem. Os sujeitos da pesquisa repetiram que quando uma pessoa interage com outro acontece aprendizagem. Alguns sujeitos da pesquisa (33%) citaram que os alunos aprendem com a prova, mas para a metade dos sujeitos da pesquisa o aprendizado se dá na interação professor aluno. Citaram também o ensinar utilizando a história da matemática. No nosso ponto de vista, a história da matemática é uma estratégia de

ensino que ao explorar conteúdos matemáticos, a partir de sua descoberta, os alunos conseguem fazer uma reconstrução desses conteúdos. Eles são desafiados a vivenciar a história de como se desenvolveu a matemática, ao longo do tempo. Com a história da matemática, vivencia-se o processo que organizou conteúdos estudados nas escolas.

Após análise da entrevista individual, considera-se que os sujeitos da pesquisa têm opiniões relevantes do que é ser professor, das atividades que despertam interesse aos alunos e de quando eles aprendem. Pelo fato de ainda serem alunos e estarem iniciando os estágios têm uma visão aprimorada e nada cômoda da situação em que o ensino de matemática se encontra. Manifestaram suas concepções e interagiram com a pesquisadora durante a entrevista. Foi gratificante realizar estas entrevistas, conhecer a realidade dos alunos, suas angústias e seus anseios e perceber que são professores, não só por estarem cursando licenciatura mas por que de uma forma ou de outra estão preocupados com a aprendizagem dos seus alunos.

#### 4.2. EXPERIÊNCIA EM AÇÃO

Tem como propósito relatar a investigação a partir dos dados obtidos através das observações participantes registradas no Diário de Campo da pesquisadora e dos registros realizados pelos grupos nos Diários de Campo dos sujeitos da pesquisa. Sendo um Diário de Campo da pesquisadora e três Diários de Campo dos sujeitos da pesquisa, um a cada grupo de trabalho, composto por dois alunos. Ao término de cada encontro, discutíamos, juntamente com os alunos, as atividades desenvolvidas, as dificuldades e facilidades encontradas.

A pesquisa foi realizada com os alunos da disciplina de *Projeto de Pesquisa e Extensão em Educação Matemática II*, do sétimo semestre do Curso de Licenciatura em Matemática do Centro Universitário Franciscano (UNIFRA) durante o primeiro semestre de 2006. Havia seis alunos matriculados na disciplina que foi programada, na matriz curricular, com 30 horas semestrais.

Os objetivos da disciplina são “elaborar, desenvolver e aplicar projetos de investigação seguindo a metodologia da Modelagem Matemática para os diferentes níveis de ensino”. E “Oportunizar experiências em projetos de pesquisa e extensão conectados com a prática escolar”. (PLANO DE ENSINO, Anexo A).

Como relatado anteriormente, a ementa da disciplina que tem caráter obrigatório é: “Metodologia da Modelagem Matemática. Modelagem Matemática em sala de aula. Realização de um ou mais projetos de pesquisa ou extensão seguindo a Metodologia da Modelagem Matemática, sob a orientação de um professor” (UNIFRA). De acordo, com a

ementa da disciplina a mesma está em consonância com a proposta da pesquisa e por esta razão escolhemos trabalhar com os alunos matriculados nesta disciplina.

Num primeiro momento, a professora responsável pela disciplina apresentou o Plano de Ensino e discutiu com os alunos sobre as atividades propostas e sobre a pesquisa que seria desenvolvida. Desta forma, pretendíamos seguir a idéia lançada por Masetto (2001) que o propósito do primeiro encontro é esclarecer que o sucesso da disciplina depende de um trabalho conjunto entre alunos e professores.

No primeiro encontro, a professora pesquisadora não esteve presente. Segundo relato da professora responsável pela disciplina, os alunos perguntaram se seriam avaliados por prova, como seria realizada a avaliação, se teriam aulas expositivas. Na verdade não estavam entendendo a dimensão que daríamos para a pesquisa, como realmente aconteceria esse trabalho com Modelagem Matemática, porque não fazia parte da rotina deles. Neste primeiro encontro, após as discussões do Plano de Ensino, a professora responsável pela disciplina entregou o artigo: *Modelagem na Educação Matemática: Uma perspectiva* de Barbosa (2004b), dividiu os alunos em duplas para lerem o texto com o propósito de discuti-lo e também entregou o artigo: *Modelagem Matemática em sala de aula: um estudo* de Fidelis e Almeida (2004) que seria discutido em sala, no próximo encontro e recomendou aos alunos que pensassem sobre algum tema que gostariam de estudar.

Fizemos a opção de fornecer artigos aos alunos, por entendermos que a leitura e a discussão são fundamentais para quem pretende trabalhar com Modelagem Matemática e, em especial, para alunos que se preparam para o exercício do magistério. Segundo Barbosa (2001a), num ambiente de Modelagem Matemática a prática fica fragilizada sem a teoria.

No Diário de Campo, o relato do primeiro encontro pelos grupos: “No primeiro dia de aula foram realizadas as apresentações, da professora e dos alunos, discutimos o Plano de Ensino e fomos divididos em grupos para a leitura e discussão de textos sobre Modelagem Matemática.” Grupo Dois.

No primeiro dia, foram escolhidos os grupos e em seguida, ficou como atividade para casa, refletir e pensar sobre uma situação-problema para o trabalho em estudo. Foi discutido o Plano de Ensino ficando claro a proposta do projeto. Também nos foi fornecido dois textos de Modelagem para nos inteirarmos sobre o assunto e começarmos a decidir um tema. Grupo Um

Apresentamos-nos para a professora;  
Falamos sobre os projetos de iniciação científica;  
A professora nos explicou como iríamos trabalhar, o que era Modelagem Matemática, e nos deu exemplos de Modelagem.  
Pensamos e falamos tópicos, pelos quais poderíamos desenvolver;  
Dividimos os grupos de estudo;

Discutimos sobre o Plano de Ensino;  
Começamos ler dois textos que a professora nos forneceu, para que pudéssemos nos embasar sobre o assunto; Grupo Três

A partir do segundo, encontro a professora pesquisadora esteve presente durante o tempo destinado à aula. Participou na orientação das atividades, procurando provocar discussões e gerar reflexões, opinando e manifestando-se quando solicitada pelos grupos ou quando percebeu ser necessário.

No Diário de Campo da pesquisadora está relatado, com detalhes, o segundo encontro. Registramos parte das falas dos alunos, as idéias que expressaram e as observações realizadas. Neste encontro estavam presentes os seis alunos e percebemos que estavam apreensivos, o que seria normal, pois a Modelagem Matemática desestabiliza a rotina que é normalmente utilizada nas aulas de Matemática. A professora pesquisadora apresentou-se e solicitou que o grupo fizesse o mesmo e que relatassem as expectativas e apreensões que tinham em relação à disciplina. Esperávamos conhecer um pouco mais sobre a realidade deles, para conduzir a pesquisa que tínhamos proposto. No Diário de Campo da pesquisadora está relatado parte da fala de todos os alunos bem como a percepção que ela teve naquele momento. Parte da fala da primeira aluna ao se apresentar:

[...] sou de Faxinal do Soturno. Espero aprender como montar um projeto. Sou bolsista de iniciação científica e já pesquisei sobre equações diferenciais, equações de diferença, logística e Fibonacci. Meu grupo é [...] Lia

No Diário de Campo da pesquisadora consta a observação que a aluna em sua fala deixou transparecer a angústia, o interesse em aprender, a crença que a licenciatura é uma forma de almejar um futuro melhor e percebeu também a preocupação com a matemática em si.

A segunda aluna ao se apresentar explicita o tema que quer pesquisar.

[...] trabalho com projetos, com a professora desta disciplina. Pesquisei sobre m.d.c., números figurados e equações diofantinas. O meu grupo é [...]. Vamos pesquisar sobre transgênicos... Ana

A terceira aluna relata

Minha dificuldade é como escrever. Sou bolsista da professora [...] Diana

No Diário de Campo da pesquisadora aparece a observação que a dificuldade dessa aluna deve ir além da escrita, inclusive no discurso porque são poucas palavras. Pela fala da aluna não foi possível perceber além do que falou.

O relato da fala do quarto aluno

[...] participei de alguns projetos de pesquisa. Sou formado em Informática, tenho pós-graduação e trabalho no hospital [...] Roberto

O quinto aluno ao se apresentar, foi o que mais falou. Duvidou do trabalho que realizaríamos, pois, segundo ele, existem dificuldades para levar a Modelagem Matemática para a sala de aula que atuarão.

[...] trabalho no INSS como estagiária. Estou preocupada com a interdisciplinaridade. Afinal, com Modelagem Matemática o professor de Matemática não pode trabalhar sozinho, vai interagir com professores das outras disciplinas e como fazer isso? Como levar a Modelagem Matemática para a sala de aula? Preocupo-me também com a escrita, como escrever? Eva

Segundo o relato da pesquisadora, o último aluno a se apresentar diz:

[...] sou bolsista em dois projetos. Tenho a proposta de trabalhar com a água em um deles. Acredito ser importante aprender a trabalhar com Modelagem Matemática. O receio é de como construir o trabalho. Vania

Está relatado que esse aluno percebeu a relevância de trabalhar com Modelagem Matemática, mas acreditava que o trabalho seria uma tarefa árdua e que talvez não conseguisse.

Após as apresentações dos alunos, a professora pesquisadora sentiu-se desafiada, pois as dúvidas que eles tinham eram também as dela. A professora pesquisadora apresentou-se com mais detalhes, apresentou a proposta e colocou-se a disposição. Ela começou relatando um exemplo possível e como conseguimos, em uma disciplina regular, fazer Modelagem Matemática com o tema radiação solar. Apresentou as informações previamente pesquisadas com dados qualitativos e quantitativos sobre o tema e duas situações-problema. Seguiu os passos da Modelagem Matemática descrita por Burak (2004), que a professora responsável pela disciplina os orientara para realizarem as atividades de modelagem no encontro anterior.

A escolha do tema.

A idéia inicial surgiu de artigos de jornais da cidade alertando sobre o problema da radiação solar que a comunidade estava exposta. Relatou-se onde buscou dados e informações. Qual a importância de estudar a radiação solar e quais conhecimentos obtêm-se após essa pesquisa e quais as implicações sociais.

Pesquisa exploratória

Relatou-se como foram conseguidos os dados, quais profissionais entrevistamos e as pesquisas realizadas para obter os dados. Os conteúdos matemáticos e estatísticos desenvolvidos. Qual realidade, contexto e quais profissões seriam beneficiados de posse desse conhecimento.

Levantamento dos problemas.

Relatou-se os problemas matemáticos formulados e a relevância a eles atribuída.

Resolução das situações-problema e o desenvolvimento da matemática relacionada ao tema.

Resolvemos duas situações-problemas discutindo-se a matemática envolvida, inclusive em que séries poderiam ser utilizadas. Discutiu-se sobre a utilização da planilha eletrônica *Excel* para construir alguns gráficos e obtenção dos modelos, e dialogamos sobre a importância do uso da tecnologia em sala de aula.

Análise crítica das soluções

A partir do modelo encontrado, realizou-se a validação do problema e analisou-se criticamente o modelo apresentado.

A primeira situação-problema apresentada tinha como objetivo responder a questão: qual a proteção oferecida por um protetor solar, conforme o seu fator de proteção solar (FPS)? Os passos da Modelagem Matemática foram percorridos. Para responder a esta questão, utilizou-se tabelas, gráficos e para a construção do modelo foi utilizado a planilha eletrônica *Excel*. Explorou-se a matemática relacionada ao tema, principalmente os resultados sobre logaritmos.

A segunda situação-problema foi responder a questão: é possível fazer a previsão para o índice ultravioleta em Santa Maria daqui a 50 anos? Seguindo os passos da Modelagem Matemática, construiu-se o modelo matemático e discutiu-se as dificuldades de validação do

resultado obtido. Perceberam que um problema pode não ter uma única solução e que esta pode mudar de acordo com as hipóteses consideradas. Com esse problema foi possível trabalhar com porcentagem, regra de três e função linear. Desta forma, segundo Barbosa (2001a, 2004a e 2004b), foi possível investigar, sem sair da sala de aula, porque a professora forneceu a situação-problema formulada e os dados para a resolução e validação da situação-problema proposta.

Neste momento, a percepção relatada pela professora pesquisadora em seu Diário de Campo foi que os alunos sentiram-se entusiasmados em realizar o trabalho proposto. No sétimo semestre é possível perceber a preocupação dos alunos com o ensino de matemática. A maioria está em contato com turmas de alunos, pelo fato de estarem realizando o estágio curricular obrigatório. Percebeu-se, nestes primeiros encontros, que os alunos, em alguns momentos, estavam apreensivos com a proposta e em outros entusiasmados.

No Diário de Campo os grupos escreveram sobre o segundo encontro.

Apresentamo-nos de novo;  
A professora nos perguntou quais temas que nos interessam para desenvolver o projeto;  
A professora mostrou trabalhos que desenvolveu, sobre protetor solar.  
Gostei das apresentações, pois foi aí que consegui entender o que iríamos fazer.  
Achei que poderíamos ser mais claros no tema; tinha dúvida ainda. Grupo Três

Foram apresentados pela professora dois projetos sobre Modelagem Matemática, com o objetivo de propor algumas idéias (sugestões) sobre o trabalho a ser desenvolvido.  
A aula foi interessante. Foi transmitida de forma clara, objetiva e apresentada também reportagens interessantes que contribuíram para a formação de nossas idéias para o projeto. Grupo Um

Fomos apresentados para a professora que acompanhará o desenvolvimento deste projeto.  
Ela nos apresentou o que é um modelo matemático exemplificando vários temas a serem desenvolvidos. Mostrou matérias de jornais que poderiam ser usados como temas.  
Nós realizamos a escolha do tema que seria sobre os transgênicos. Grupo Dois

No terceiro encontro não dispomos de todo o tempo, pelo fato de ter acontecido uma palestra sobre educação matemática, oferecida pela coordenação do curso.

Após as discussões sobre os temas que cada grupo iria trabalhar, o restante do tempo foi ocupado com o estudo do artigo *Modelagem Matemática em sala de aula: um estudo* de Fidelis e Almeida (2004). Os alunos realizaram a leitura do texto extra sala e desta forma foi possível estabelecer uma discussão coletiva. O tempo todo, a professora relacionou o que estávamos discutindo com o trabalho que iríamos desenvolver.

Nos encontros seguintes, os alunos trabalharam em duplas, chamadas de grupo que foram responsáveis pela escolha de um tema de interesse do grupo, coletaram informações, elaboraram e resolveram situações-problema, a fim de investigar por meio da matemática, acompanhados e orientados pelas professoras (BARBOSA, 2001a).

#### 4.3. ATIVIDADES DOS GRUPOS E SUAS PRODUÇÕES

O relato das atividades dos grupos foi realizado pelos registros nos Diários de Campo dos grupos e pelo Diário de Campo da pesquisadora que registrou as observações, idéias e algumas falas procurando relatar sua percepção dos encontros para compreender os fatos ocorridos durante o processo. O Diário da pesquisadora geralmente foi escrito após, pelo fato de que durante os encontros foi realizado um trabalho compartilhado com a professora responsável pela disciplina. Um trabalho com interação e uma produção conjunta em que as duas professoras trabalharam juntas e aprenderam juntas. Por essa razão esse trabalho foi escrito na primeira pessoa do plural (nós) por realizarmos uma produção conjunta, em comum, entre as duas professoras e os alunos, todos interagindo entre si. Para Isaia e Bolzan (2006), uma construção coletiva envolvendo troca de idéias e discussões.

Para uma melhor visão de conjunto, discutiremos as produções dos grupos resultantes das atividades que desenvolveram. Consideramos os quatro artigos produzidos pelos grupos de alunos, como os documentos a gerarem análise e discussão dos resultados, do ponto de vista da matemática e do contexto social. Durante a pesquisa, seguimos a metodologia da Modelagem Matemática, mas não podíamos antecipar, pré-ver ou pré-dizer os conteúdos, os modelos matemáticos porque dependeria da atuação dos atores, professoras e alunos, no processo coletivo, compreendido como aprendizado. Os documentos produzidos não foram direcionados, surgiram da vontade de saber do grupo de alunos. Nós professoras orientávamos, sugeríamos, incentivávamos e oferecíamos apoio, provocando reflexões e discussões para que os alunos refletissem, justificassem seus procedimentos e explicitassem matematicamente suas conclusões, conforme orientação de Ferruzzi (2004).

De antemão não tínhamos a menor idéia do tema que seria pesquisado, ou das situações-problema, enfim a produção que obteríamos com a proposta de trabalho. Os temas investigados pelos alunos estiveram relacionados a interesses do grupo, envolvendo situações reais, onde encontraram razões e objetivos para desenvolverem suas atividades.

Optamos em disponibilizar os artigos produzidos pelos grupos, em anexo, porque eles são os documentos dos sujeitos da pesquisa, elaborados durante o semestre letivo com a orientação da professora responsável pela disciplina e da professora pesquisadora.

O relato que segue é a descrição das atividades de cada grupo integrado com sua produção.

#### Atividades do grupo um e sua produção

A escolha do tema foi realizada pelo grupo, após algumas tentativas, acertos e desacertos. Inicialmente o grupo um, se propôs a trabalhar com o consumo de água e seu desperdício. A professora incentivou os alunos, sugeriu leituras, citou artigos publicados, indicou onde encontrar dados para pesquisar. Após discussões, os alunos demonstraram insegurança sobre o tema e concluíram que esse não seria um tema relevante e preferiram o assunto como:

[...] drogas, ou álcool, ou fumo que seria mais interessante e interessaria aos jovens. Lia. (Fala extraído do Diário de Campo da pesquisadora).

A professora incentivou-os dizendo que o tema está relacionado com os jovens e é um assunto atual, além de sugerir artigos e propor algumas questões que poderiam ser pesquisadas. Após a escolha do tema os alunos ficaram entusiasmados e acreditavam que poderiam produzir boas situações-problema e que posteriormente poderiam aproveitá-las para trabalhar com os jovens, como futuros professores.

[...] acho que drogas será um ótimo assunto. Os alunos gostam de falar desse assunto. Vânia. (Recorte de fala extraído do Diário de Campo da pesquisadora).

Pelas falas, percebeu-se a preocupação com o ensino e com a aplicação desta metodologia em sala de aula. Como futuros professores gostariam de adotar esta metodologia de ensino por acreditarem que a mesma poderia fazer a diferença para a educação. No Diário de Campo relataram “começamos a definir alguns temas para o desenvolvimento do trabalho”.

No encontro seguinte sentimos que o grupo estava seguro com o tema escolhido. Na pesquisa exploratória, investigaram sobre drogas, especialmente maconha que foi o tema escolhido e sobre os conteúdos matemáticos que acreditavam ser possível trabalhar. No Diário

de Campo eles relataram “Concluimos a leitura dos textos sobre Modelagem. Após, decidimos o tema: Maconha. A partir da decisão do tema a ser trabalhado, iniciamos a busca de informações e coleta de dados”.

Uma aluna do grupo avisou que não poderia participar das aulas por problemas de saúde, mas que, de sua casa, continuaria trabalhando com a colega via correspondência eletrônica. Ao iniciar a busca dos dados começaram a sentir algumas dificuldades e tiveram algumas dúvidas. A professora responsável pela disciplina diz que precisavam buscar leituras sobre o tema e dedicar-se na busca de informações. Ela os auxiliou na busca de dados e informações e sugeriu pesquisas em revistas especializadas, jornais, entrevistas com especialistas da área, Internet entre outras.

O relato do grupo no Diário de Campo para o encontro é,

Com a coleta de dados, começou-se a pensar como elaborar uma situação-problema. Com o auxílio da professora, foi trabalhado a seguinte situação-problema: ‘com o passar do tempo, qual é a concentração de maconha no organismo se for ingerida na forma pulmonar, sendo considerado a meia-vida?’

Estavam enfrentando dificuldade para trabalhar em grupo, porque uma das alunas estava impossibilitada de comparecer aos encontros. A seguir apresentamos a correspondência eletrônica enviada pela aluna Vania durante o repouso, relatando como está conduzindo seu estudo e desta forma a professora pesquisadora acompanhava a aluna,

Não se preocupe que estou pesquisando sobre o tema "maconha". Achei interessante dar uma olhada no que tinha a oferecer.  
 Enviei e-mail para delegacia da SUSEPE de Santa Maria, pedindo dados sobre o tema. Não me responderam.  
 Estou buscando. Está difícil falar com a colega. Ela não tem tempo e eu não posso me encontrar com ela, devido ao repouso.  
 Depois de estar com dados suficientes qual o passo que devemos seguir? Vou adiantando...  
 Obrigada professora e aguardo retorno.  
 Abraços.

Marcaram uma entrevista com agentes da Delegacia Especializada em Furtos, Roubos, Entorpecentes e Capturas (DEFREC) e nos convidaram para acompanhá-los. O grupo concluiu que teria melhor proveito, se conhecêssemos o assunto em profundidade e estivesse com o roteiro de entrevista definido. Elas concluíram que “indagação e investigação são tidas como indissociáveis, pois uma só ocorre na mesma medida da outra. Se o aluno não avança no conhecimento das informações sobre a situação em estudo, não pode indagá-la; e vice-

versa” (BARBOSA, 2001a, p. 7) e nós concordamos que indagação e investigação ao ocorrerem juntas, o aluno avança com mais facilidade em suas atividades.

Fomos bem recebidos e tivemos o tempo necessário para entrevistar as pessoas. As entrevistas foram esclarecedoras. Tivemos oportunidade de conhecer exemplares de drogas apreendidas, objetos que acompanham as apreensões e prontuários, e inclusive uma delegacia.

Recortamos algumas das perguntas realizadas com a escritã e com o delegado.

Qual a droga mais usada?  
 Qual o peso das trouxinhas comumente encontradas?  
 Quanto custa a trouxinha?  
 Onde é feita geralmente a venda da droga?  
 Em que área concentra-se a vendas de droga?  
 Quais as drogas apreendidas em Santa Maria?  
 De onde vem a droga?  
 Como é diferenciado o usuário do traficante?  
 Qual a classe social do traficante e do usuário?  
 Existe a possibilidade de nos repassarem as estatísticas?  
 Qual sua sugestão para a prevenção?  
 Quais suas considerações finais?

No encontro seguinte foi realizado um estudo com os dados. É um assunto polêmico e difícil de modelar, pelo fato de ter várias informações e algumas contradições. Via correspondência eletrônica, a aluna Lia agradece a professora pesquisadora e relata as atividades que pretende realizar.

Olá, professora.  
 Muito obrigado por nos acompanhar.  
 Pretendo neste final de semana fazer os gráficos.  
 Sobre os dados, como fica melhor para você, posso passar na UNIFRA, pois não sei onde você mora.

A investigação do conteúdo matemático, a elaboração das situações-problema, a resolução e validação costumavam acontecer ao mesmo tempo para o Grupo Um como para os outros grupos, porque, conforme acontecia a busca de dados, foram elaborando situações-problema, investigando conteúdos matemáticos e estatísticos, encontrando a solução e validando-a. Percebeu-se que as alunas estavam autônomas e pesquisavam sozinhas, elaboravam situações-problema e procuravam resolvê-los e as professoras continuavam dialogando com o grupo sobre suas investigações (BARBOSA, 2001a). Estavam entusiasmadas com o assunto e com as atividades de Modelagem Matemática produzidas. Estavam participativas e sentiam-se encorajadas em compartilhar seu aprendizado com os outros grupos. Continuávamos nos comunicando com a aluna Vânia, que estava impossibilitada de comparecer, via correspondência eletrônica,

Pelo que a colega passou, devemos começar pelo artigo...  
 Estou lendo, juntando idéias e a princípio o histórico estaria pronto (coloquei em anexo para ler e dizer como está, se tenho a mudar alguma coisa).  
 Nesse anexo tem também: efeitos da maconha e uma "introdução que fiz com relação ao problema a fazer e solucioná-lo". GOSTARIA QUE LESSE TAMBÉM...  
 Meu problema é encontrar dados que apresentem concentrações dessa droga, quantidades... Para fazer tabela e assim formular o problema e não encontro na internet... Não acho.  
 Queria saber a seqüência de um artigo... Para ir organizando!  
 Abraços e aguardo retorno. (grifos da aluna)

O grupo está completo novamente, a aluna afastada manteve contato durante todo o período de afastamento dos encontros, e dessa forma o desenvolvimento dos trabalhos não ficou prejudicado. Continuavam entusiasmados com os conteúdos que estavam estudando e com o uso de programas computacionais para traçado de gráficos e determinação dos modelos matemáticos. O grupo apresentou algumas dúvidas para representar um gráfico da função logarítmica ao trabalhar com escalas, os modelos matemáticos construídos, bem como a sua validação. Conforme investigavam sobre o assunto elaboravam as situações-problema, construíam tabelas, utilizavam programas computacionais como o *Excel*, *Maple*, *CurveExpert* para traçar o gráfico e comparar os modelos obtidos, bem como comparavam as diferenças entre os programas.

Ao longo do trabalho, percebeu-se como conseguiram superar as dificuldades matemáticas, elaborar uma situação-problema, resolver e analisar a solução tanto do ponto de vista matemático quanto social. Observamos a desenvoltura e o entendimento matemático que o grupo conseguiu. Os conteúdos matemáticos estudados pelo grupo durante a realização do trabalho foram as funções lineares, quadráticas, exponenciais, logarítmicas, crescimento e decrescimento das funções, limites dessas funções, equações de diferenças de primeira ordem e estatísticos, as medidas de tendência central como média, moda e mediana, as medidas de dispersão como variância e desvio padrão e a regressão ou ajuste de curvas, taxas de crescimento ou decrescimento e os diversos tipos de representações gráficas utilizada para representarem dados. Lembrando que o grupo não estudou só o que aparece no artigo, em anexo, e por isso foi citada toda a matemática e estatística estudada durante a realização do trabalho, independente da solução ou modelo matemático escolhido para a situação-problema ou se está no artigo publicado ou não.

Inicialmente, elaboraram o trabalho com sete situações-problema, como “Qual a quantidade de concentração de maconha no organismo, com o passar do tempo, se um indivíduo ingerir 500 mg (equivalente a um cigarro comum), de forma pulmonar considerando-se a meia-vida?”, “Supondo que um usuário crônico de drogas fume

diariamente 5 cigarros de maconha contendo 500 mg cada um. Sabendo-se também que a concentração de THC de cada cigarro é de 1%, qual é a concentração no organismo do usuário com o passar do tempo?”, “Considerando que a maconha é eliminada do organismo com o passar do tempo. Qual é o modelo matemático da concentração do THC, considerando-se a mesma situação anterior e a meia-vida?”, “Considerando os dados coletados da CEBRID, 2000 que fornece a percentagem de estudantes usuários de drogas do Brasil. É possível fazer uma previsão da percentagem de estudantes que serão usuários de drogas com o passar do tempo?” dentre outros. Também analisaram a quantidade de maconha apreendida, a quantidade de termos circunstanciais e a quantidade de indiciados por tráfico de entorpecentes por mês, durante o ano de 2005, em Santa Maria. Para solucionar e validar o que haviam problematizado o grupo investigou, discutiu e analisou várias implicações sociais que estão imbricadas nesse contexto.

Ao solucionar a situação-problema que versava sobre a quantidade de concentração da droga no organismo, eles construíram uma tabela da permanência da droga no organismo com o passar do tempo. Chegaram a um gráfico, que representava a quantidade da droga que permanece no organismo num determinado intervalo de tempo, sendo este, o melhor modelo encontrado para a situação-problema, naquele momento. Para isso utilizaram programas matemáticos e compararam os modelos obtidos. Passos idênticos seguiram para solucionar e analisar a segunda situação-problema. Trabalhando a concentração do princípio ativo da maconha, chegaram numa descrição do fenômeno, criando um modelo matemático que envolve uma equação de diferenças de primeira ordem (Anexo B). E a partir deste modelo construíram o gráfico para a visualização do modelo que descreve o fenômeno, a concentração do princípio da droga em estudo.

A fim de analisar a quantidade de maconha apreendida em Santa Maria, num determinado ano, o grupo analisou as representações gráficas no *Excel* e concluíram que o gráfico de colunas seria a melhor representação para a situação em estudo. Calcularam a média e o desvio padrão da quantidade da droga apreendida durante o tempo em estudo. Concluíram que a média não era uma boa representação para a situação, porque o desvio padrão estava maior que a média obtida e ela não representaria a contento aquela situação. Nesse momento, ocorreu uma discussão importante entre os componentes do grupo, pois, observaram que a maior parte dos dados obtidos na pesquisa exploratória resultava da média de situações analisadas e tornadas públicas. Procederam da mesma forma ao analisar outras duas situações pertinentes ao assunto. Em todas as situações analisadas, eles construíram um modelo matemático, ou seja, uma representação ideal que traduz a situação-problema

estudada. Entendemos que as indagações e as investigações, que aconteceram durante as atividades, foram mais significantes do que a construção do modelo em si e concordamos com Barbosa (2001c, p. 36) ao afirmar que:

[...] os alunos podem investigar matematicamente uma dada situação, sem necessariamente construir um modelo matemático. O importante- assim julgo- não é a construção do modelo em si, mas o processo de indagação e investigação, que pode, ou não, envolver a formulação de um modelo matemático propriamente dito.

A seguir apresenta-se a síntese do trabalho sobre drogas, em especial a maconha e algumas das situações-problema elaboradas pelo grupo.

### **A maconha**

Maconha é o nome dado aqui no Brasil a uma planta chamada cientificamente de Cannabis Sativa, em outros países ela recebe nomes diferentes. A Cannabis Sativa contém aproximadamente 400 substâncias químicas, entre as quais se destacam pelo menos 60 alcalóides conhecidos como “canabinóides” que são os responsáveis pelos seus efeitos psíquicos. Um dos principais canabinóides psicoativo é o Delta 9 tetrahydrocannabinol (Delta-9-THC).

É interessante observar que em países de clima temperado, a concentração de Delta-9-THC é menor em relação aos países de clima quente. O THC não é solúvel em água e por isso ele não pode ser injetado. A quantidade de THC em uma dose pode variar intensamente de acordo com a procedência da droga e a forma como é consumida.

A Cannabis Sativa tem diferentes formas de preparo. Entre os quais se destacam:

- I. O Haxixe que é uma resina com aspecto de uma pasta semi-sólida seca e marrom-escuro, obtida através da compressão das florescências superiores da planta, e moldada em forma de “bolotas” com alta concentração de THC.
- II. Maconha ou “Marijuana” é a mistura de várias partes da planta, principalmente as florescências, as sementes, os talos e as falhas das partes superiores, que são preparadas e secadas.

Nos últimos anos, as estatísticas mostram que a maconha está sempre entre as drogas ilícitas mais consumidas pelos jovens estudantes colegiais e universitários. Normalmente a droga é fumada sob a forma de cigarro e é conhecida por diversos nomes como baseado, fino, fininho, erva, bagana, cibaba, etc. Porém, também pode ser ingerida por via oral. Os efeitos da droga dependem da quantidade absorvida, do tipo de preparação, da via de administração, da sensibilidade da pessoa e do seu estado de espírito no momento do uso.

A maconha causa dependência, mas depende do indivíduo que está consumindo a droga. Esse pode consumir por anos e não se tornar dependente, mas pode consumir algumas vezes e se tornar dependente. Porém, o maior problema, é que a maconha pode vir a ser uma passagem para drogas mais pesadas. A maconha é uma droga perturbadora do sistema nervoso, ou seja, ela altera o funcionamento normal do cérebro provocando fenômenos psíquicos do tipo delírios e alucinações.

Os efeitos farmacológicos pela absorção pulmonar podem demorar de 5 a 10 minutos e apenas 14 segundos para atingir o cérebro. Já a absorção oral pode demorar de 30 a 45 minutos. Alguns pacientes podem exibir os sinais e sintomas de intoxicação dentre 12 a 24 horas, devido à liberação lenta dos canabinóides a partir do tecido adiposo. A meia-vida de uma dose de maconha consumida é de 50 horas.

Os canabinóides possuem elevadas lipossolubilidade, ficando facilmente preso no revestimento surfactante dos pulmões, quando é fumado. Devido à sua lipossolubilidade, acumulam-se principalmente nos órgãos nos quais os níveis de gordura são mais elevados como cérebro, testículos e tecidos adiposos. Pesquisas mostram que seu uso freqüente provoca câncer e modifica a atividade cerebral comprometendo principalmente a capacidade de concentração, memória e aprendizado.

Dentre os malefícios conhecidos causados nos usuários podemos destacar:

I. Em curto prazo, os efeitos comportamentais são:

- Período inicial de euforia (sensação de bem-estar e felicidade e seguido de relaxamento e sonolência);
- Perda da definição de tempo e espaço: o tempo passa mais lentamente e as distâncias são calculadas muito maiores do que realmente são; coordenação motora diminuída: perda do equilíbrio e estabilidade postular;
- Alteração da memória recente. Quanto aos efeitos na memória eles se manifestam principalmente na chamada memória a curto prazo, ou seja, aquela que nos é importante por alguns instantes; falha nas funções intelectuais e cognitivas; os batimentos cardíacos e a pressão arterial aumentam; os olhos ficam vermelhos e as pupilas se dilatam; a boca seca e o apetite (especialmente por doces) aumentam;
- Maior fluxo de idéias. Idéias confusas, dificultando a comunicação oral, a concentração, o aprendizado e o desenvolvimento intelectual;

II. Doses mais altas podem levar a:

- Alucinações, ilusões e paranóias, pensamentos confusos e desorganizados;
- Ansiedade e angústia que podem levar ao pânico, medo da morte, despersonalização;
- Sensação de extremidades pesadas; incapacidade para o ato sexual (até impotência).

III. A longo prazo a extensão dos danos bem caracterizados se restringem ao sistema pulmonar e cardiovascular.

- Maior risco de desenvolver câncer de pulmão, pois a fumaça da maconha pode causar irritação, gerando problemas que vão desde bronquites até cânceres e enfisemas pulmonares; diminuição das defesas, facilitando infecções; dor de garganta e tosse crônica, aumenta os riscos de isquemia cardíaca; aumento dos batimentos cardíacos (140/160 por minuto, quando o normal é 80/100); a mulher que amamenta passa as toxinas da drogas para a criança através do leite materno. O uso contínuo da maconha interfere na capacidade de aprendizagem e memorização.

Segundo informações do médico psiquiatra Dr. Rodrigo Marot, o Delta-9-THC, no sistema imunológico, prejudica a produção de células de defesa no baço, medula óssea e timo. Já no sistema cardiovascular, provoca a aceleração do batimento cardíaco e diminuição da pressão arterial, além de diminuir a capacidade de coagulação do sangue.

Não existe relato na literatura médica de casos de morte pelo uso da maconha diretamente, mas o usuário pode sofrer acidentes depois de ter consumido, uma vez que se sabe que a maconha causa desorganização mental e alteração da percepção tempo-espacial.

### Problematização

A partir das informações e dados obtidos propomos várias situações-problema com o objetivo de elucidar o tema proposto e explorar a matemática relacionada.

### Situação-problema 1

Qual a quantidade de concentração de maconha no organismo, com o passar do tempo, se um indivíduo ingerir 500 mg (equivalente a um cigarro comum), de forma pulmonar considerando-se a meia-vida.

Vamos construir a tabela do tempo de permanência da droga no organismo (considerando a meia-vida) e a quantidade ingerida. De acordo com os dados obtidos a meia-vida é de 50 horas.

TABELA 1: Concentração da maconha no organismo

Tempo T (em horas)	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700	750
Quantidade ingerida C(t) em mg	500	250	125	62,5	31,2	15,6	7,81	3,9	1,95	0,97	0,48	0,24	0,12	0,06	0,03	0,01

A situação acima é representada pelo gráfico abaixo:

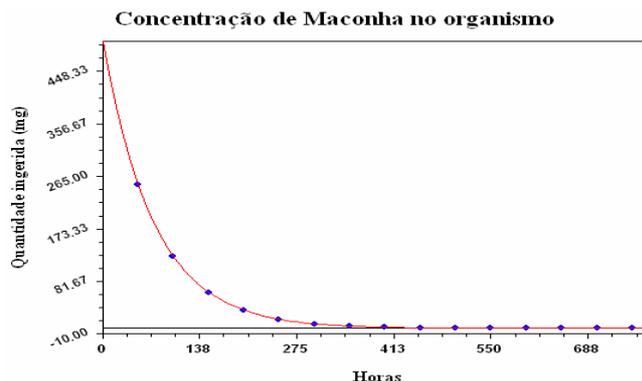


Figura 1

**Análise da solução:** Analisando a tabela e o gráfico percebe-se que ao ingerir uma dose de 500 mg, a mesma leva aproximadamente 30 dias para que o princípio ativo da maconha seja eliminado totalmente do organismo de um indivíduo. Esta dose de 500 mg é considerada pequena e se consumida diariamente um indivíduo permanecerá sempre em quantidade crescente com a maconha intoxicando seu organismo.

### Situação-problema 2

Supondo que um usuário crônico de drogas fume diariamente 5 cigarros de maconha contendo 500 mg cada um. Sabendo-se também que a concentração de THC de cada cigarro é de 1%, qual é a concentração no organismo do usuário com o passar do tempo?

A tabela a seguir mostra a concentração de THC no organismo desse indivíduo com o passar do tempo.

TABELA 2: Concentração de THC

Dia	T <sub>0</sub>	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>5</sub>	T <sub>6</sub>	T <sub>7</sub>	T <sub>8</sub>	T <sub>9</sub>	T <sub>10</sub>
Cigarro	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
THC (mg)	25	25+T <sub>0</sub> = 50	25+T <sub>1</sub> = 75	25+T <sub>2</sub> = 100	25+T <sub>3</sub> = 125	25+T <sub>4</sub> = 150	25+T <sub>5</sub> = 175	25+T <sub>6</sub> = 200	25+T <sub>7</sub> = 225	25+T <sub>8</sub> = 250	25+T <sub>9</sub> = 275

Observando-se a tabela, o modelo matemático que descreve essa situação é dado por:

No 1º dia o indivíduo absorve 25mg de maconha, ou seja,  $T_0 = 25\text{mg}$ .

No 2º dia o indivíduo absorve,  $T_1 = T_0 + 25 = 50\text{mg}$ .

No 3º dia o indivíduo absorve,  $T_2 = T_1 + 25 = 75\text{mg}$ .

Ou seja, no n-ésimo dia tem-se,  $T_n = T_{n-1} + 25$ , onde n é o tempo medido em dias.

**Análise da solução:** Em 10 dias esse indivíduo, possuirá em seu organismo um total de 275 mg de THC. Com o passar do tempo aumentará a concentração de THC, levando, no organismo futuramente, este indivíduo a ter sérios problemas cardiovasculares ou até mesmo desenvolver um câncer de pulmão entre outras doenças. Isso se dá devido ao alto índice de concentração de THC no organismo a cada cigarro que é fumado.

Graficamente, tem-se:

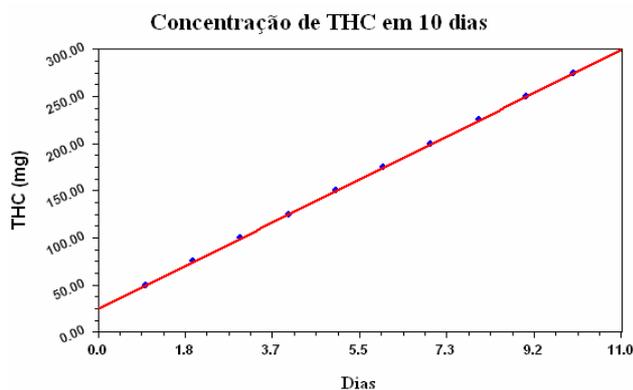


Figura 2

Ou seja, com o passar do tempo percebe-se que a concentração de THC no organismo cresce linearmente.

### Situação-problema 3

Considerando que a maconha é eliminada do organismo com o passar do tempo. Qual é o modelo matemático da concentração do THC considerando-se a mesma situação anterior e a meia-vida? Neste caso tem-se o modelo:

$$T_n = \frac{T_{n-1}}{2} + 25$$

Tendo em vista esse modelo, pode-se determinar a seguinte tabela:

TABELA 3: Concentração de THC

Dias	T <sub>0</sub>	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>5</sub>	T <sub>6</sub>	T <sub>7</sub>	T <sub>8</sub>	T <sub>9</sub>	T <sub>10</sub>
Concentração de THC (mg)	25	37,5	43,8	46,9	48,4	49,2	49,6	49,8	49,9	50	50

Geometricamente tem-se:

Concentração de THC considerando a meia-vida

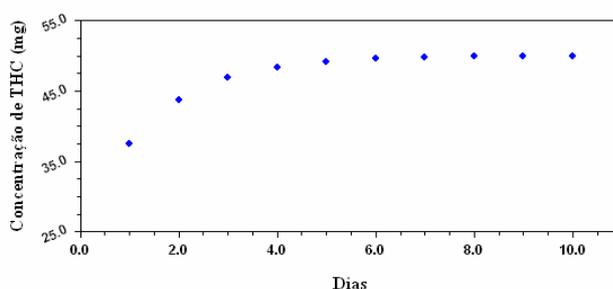


Figura 3

**Análise da solução:** Observa-se que o nível de concentração do THC no organismo, considerando a meia-vida, atinge um ponto de equilíbrio igual a 50 mg. Esta

quantidade de THC permanece no organismo ao longo do tempo. Continuando com este processo de fumar esta quantidade de cigarro diariamente o indivíduo estará sempre com uma alta intoxicação.

#### Situação-problema 4

Considerando os dados coletados da CEBRID, 2000 que fornece a percentagem de estudantes usuários de drogas do Brasil. É possível fazer uma previsão da percentagem de estudantes que serão usuários de drogas com o passar do tempo?

TABELA 4: Percentual de estudantes que consomem maconha

Ano	1987	1989	1993	1997
%	2,8	3,4	4,5	7,5

Fonte: CEBRID, 2000.

Com base na tabela acima construiu-se a seguinte tabela:

TABELA 5: Percentual de estudantes que consomem maconha de 1987 até 2006

Anos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
%	2,8	3,0	3,4	3,5	3,7	4,1	4,5	5,2	5,8	6,6
Anos	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
%	7,5	8,3	9,3	10,4	11,5	12,8	14,1	15,5	17,0	18,5

Através da utilização do software Curve Expert tem-se, o seguinte gráfico que descreve a situação dos dados acima no período de 1987 a 2006.

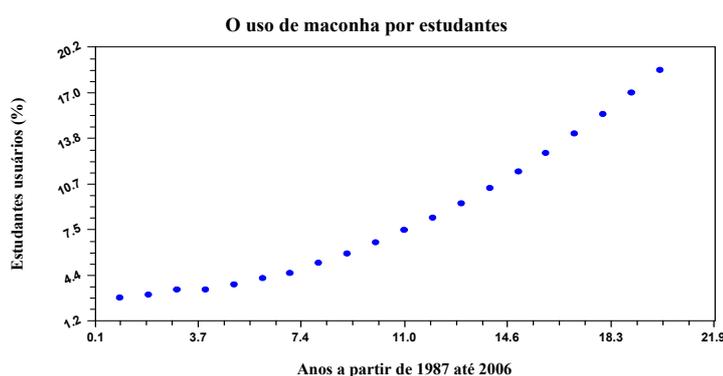


Figura 4

O modelo matemático que descreve esta situação é dado por .

$$y = 0,412x^2 - 0,041x + 2,9224$$

**Análise da solução:** De acordo com os dados da tabela acima e levando em consideração o modelo aproximado obtido pode-se fazer uma previsão do número de

estudantes usuários de maconha para o ano de 2006. Por esse modelo, se nada for feito até o final de 2006, tem-se um percentual maior de estudantes consumidores de maconha, em torno de 19 % de estudantes usuários desta droga.

Após a superação da fase de elaboração de situações-problema, de solucioná-las e analisar os resultados, o grupo iniciou a escrita do trabalho. Começou a escrever o artigo, atividade final do trabalho proposto e foi a fase de maior preocupação do grupo, pois redigir um artigo é trabalhoso. Sentiram-se apreensivos porque escrever artigos não faz parte da rotina do curso de Matemática.

No período que estavam escrevendo o artigo percebemos algumas dúvidas em utilizar o computador para traçarem gráficos e necessitaram de ajuda. Para nós essas dúvidas representaram que o grupo continuou refletindo sobre a melhor solução para o problema e desta forma o aprendizado continuava. As dúvidas foram pontuais, mas sentiram-se à vontade para procurar a professora e pedir ajuda, inclusive fora dos encontros. “Professora é a parte final que está com problema de resolução, dá uma olhada e manda por e-mail”. Correspondência eletrônica enviada pela aluna Lia.

Os alunos perceberam o quanto o computador pode auxiliá-los na tarefa de modelagem, mas observamos que alguns alunos não dominam programas computacionais que são de domínio público na área de matemática.

Eles estavam autônomos e já percebiam quando acertavam e erravam, pois a alegria era grande. Inclusive percebemos que se alegravam pelo trabalho produzido e por estarem vencendo as dificuldades. Após o trabalho realizado, escreveram o embasamento teórico sobre Modelagem Matemática que basicamente é o que se encontra no artigo, em anexo.

De acordo com o cronograma estabelecido no plano de ensino, na terceira semana do mês de junho as alunas deste grupo estavam com o trabalho concluído.

O artigo foi enviado para as professoras que realizaram alguns ajustes e a partir desse momento, o grupo começou a preparar a apresentação oral. Esta também representou uma fase não muito fácil para os alunos, pois expressar-se oralmente e fazer um resumo das idéias principais do trabalho para ser apresentado em trinta minutos não é uma tarefa comum. Observamos que esta etapa também não faz parte do cotidiano das disciplinas do curso.

Esse grupo necessitou de pouco auxílio e poucos ajustes, pelo fato que os alunos dedicavam-se ao trabalho de forma criativa e crítica, demonstrando interesse e responsabilidade bem como participaram do seminário, apresentando o trabalho desenvolvido, durante o semestre, com entusiasmo e segurança. Pela dedicação do grupo, estudaram

conteúdos, além do que seria possível vencer em um curso com trinta horas, em que a aprendizagem dependesse do professor fornecer os conteúdos. Além disso, obtiveram conhecimentos sobre drogas, em especial a maconha, as implicações sociais envolvidas, sobre Modelagem Matemática e aplicações de programas computacionais que os auxiliaram nos estudos realizados.

Algumas dificuldades foram apresentadas, mas não podemos deixar de salientar que o grupo alcançou boa produção inclusive o artigo (Anexo B) que foi publicado na 12ª Jornada Nacional de Educação e 2º Congresso Internacional de Educação que está com quatro das situações-problema desenvolvidas pelo limite de páginas em que o grupo o apresentou na forma de comunicação oral.

#### Atividades do grupo dois e sua produção

Este grupo iniciou, de modo entusiasmado a pensar em trabalhar com transgênicos. Na busca de dados, encontraram listas de alimentos de origem transgênica associada, mas não viam como desenvolver, criar situações-problema. A professora responsável pela disciplina respondeu cada pergunta, com indagações para auxiliá-los na reflexão. A sugestão foi que transgênico é um assunto muito interessante, mas que deveriam limitar a pesquisa. Pesquisar, por exemplo, se a semente transgênica, esgotaria o solo mais cedo do que outra semente. Os alunos acharam uma ótima idéia, pois seria um assunto que pessoas da comunidade se interessariam. O tema transgênico surgiu, pelo fato de um componente do grupo ter profissionais na família ligados a área da agricultura e pais agricultores. No Diário de Campo da pesquisadora encontram-se registradas essas idéias e parte da fala de uma das alunas conforme transcrevemos abaixo.

Meu namorado é engenheiro agrônomo e pode nos auxiliar nas pesquisas. Meus pais plantam e na região as pessoas estão ligadas com a agricultura. Ana

Observamos que estavam confusas, pois gostariam de estudar sobre transgênicos, mas as pesquisas realizadas não permitiram a obtenção de dados que pudessem formular questões relevantes. O entusiasmo, inicialmente demonstrado com o tema, foi, aos poucos, esmorecendo pelas dificuldades que encontraram na busca de dados sobre a contaminação do solo cultivado por transgênicos. Solicitaram tempo para pensar e percebemos que estavam inseguras para trabalharem com este tema. “Professora, estamos com dificuldades para encontrar material a respeito da contaminação do solo, precisamos de sugestões para fazer o

trabalho sobre outro assunto”. Esta é uma solicitação via correspondência eletrônica, durante a semana, da aluna Diana. Foram sugeridos artigos e documentos eletrônicos relacionados ao tema e sugestões de procurar em jornais outro tema que lhes interessassem, caso preferissem mudar o assunto.

Depois de várias tentativas de buscar dados sobre transgênicos, os alunos estavam decididos a trocar de assunto, pois sentiram dificuldade com o tema. Neste momento, os jornais da cidade publicaram matérias jornalísticas sobre a polêmica do aumento de passagens de ônibus urbano. Os alunos então propuseram trabalhar com este tema, pois os jornais apresentavam vários dados sobre o transporte urbano de Santa Maria. Desta forma, definiram que este seria o tema a ser abordado e resolveram trabalhar com tarifa de ônibus urbano de Santa Maria. A partir desta definição, iniciaram o estudo do tema e a busca de informações e dados. As professoras os orientam a buscar leituras sobre o tema, sugerem entrevistas com algumas pessoas da prefeitura, da Associação de Transporte Urbano (ATU), do Diretório Central de Estudantes (DCE). No Diário de Campo eles relatam “fizemos a leitura dos jornais e mandamos *e-mail* para os jornais *A Razão* e *Diário de Santa Maria*. Fomos à Prefeitura, DCE e ligamos para a ATU, porém poucos dados foram fornecidos. Fizemos pesquisa na internet”.

Nossa percepção, nesse momento, era que este grupo não tinha uma atitude autônoma. Esperavam que as professoras pensassem nas situações-problema e sentiam-se inseguras para tomar decisões. No Diário de Campo da pesquisadora encontra-se o registro de parte da fala de uma aluna.

Está difícil pensar professora, vocês fazem muitas perguntas. Nós vamos voltar para casa com dúvidas... Diana

E era exatamente isso que queríamos suscitar, a dúvida, perguntar para favorecer ao aluno pensar e nos remetemos a Freire e Faundez (1985), ao afirmar que todo o conhecimento começa pela pergunta, pela curiosidade e que o professor antes de tudo deveria *ensinar a perguntar*.

No Diário de Campo o grupo relata “A professora [...] conseguiu o material para calcular a tarifa de ônibus. Estudamos o material e fizemos algumas contas em que nos deparamos com a falta de vários dados”.

Interpretamos que naquele momento era o grupo que apresentava menor rendimento, pois a dedicação a leituras era menor, comparada com os outros grupos e o esforço não era percebido pelas professoras. As atividades pareciam ser realizadas apenas nos encontros

semanais. Fora dos encontros semanais tinham dificuldade para se encontrarem porque cada componente do grupo mora numa cidade. A professora responsável pela disciplina propõe uma tarefa para o próximo encontro que era elaborar uma situação-problema com os dados obtidos. Esta solicitação deu-se pelo fato das alunas demonstrarem passividade nos encontros. Vivenciamos o que Barbosa (2001a) argumenta que com a Modelagem Matemática o aluno não sabe como proceder por ser atividades de natureza diferente e, portanto, não é de esperar que essa mudança ocorra instantaneamente por estar baseada na indagação e investigação e se diferenciar da forma como o ensino tradicional é conduzido, sendo este visivelmente hegemônico nas escolas.

No encontro seguinte, os alunos trouxeram algumas situações-problema elaboradas durante a semana e a professora, responsável pela disciplina, em conjunto com o grupo, as auxiliou na melhoria das situações-problema e na resolução e validação das mesmas.

Percebemos que após terem conseguido, com auxílio da professora, elaborar uma situação-problema, resolvê-la, encontrando o modelo matemático e validando-o, as alunas motivaram-se com o trabalho. A partir deste momento o grupo conseguiu elaborar novas situações-problema e necessitaram de auxílio, apenas na parte matemática e a partir de então, o grupo apresentou boa evolução no desenvolvimento do trabalho. Percebemos que a partir deste momento, ocorreram trocas valiosas de conhecimento entre o grupo e as professoras pelo amadurecimento dos envolvidos no contexto. Concordamos com Cargnin Stieler (2006, p. 141) “O educando passa a ter um papel atuante, quando forma um grupo de aprendizagem, pois socializa os saberes e as dificuldades”.

Na pesquisa exploratória investigaram sobre transporte urbano, especialmente envolvendo o custo das passagens e sobre os conteúdos matemáticos que acreditavam ser possível trabalhar. A investigação dos conteúdos matemáticos, a elaboração das situações-problema, a resolução e validação costumavam acontecer simultaneamente no trabalho desenvolvido, não eram etapas estanques, aconteciam e voltavam a acontecer.

Conforme investigavam sobre o assunto, elaboravam as situações-problema, procuravam solucioná-las, construíam e comparavam modelos obtidos. Desta forma, estudaram alguns conteúdos de matemática financeira como, porcentagem, taxas, juros e série de pagamento, além de equações lineares, logarítmicas, progressões e equações de diferenças de primeira ordem. Enfim dedicavam-se as situações-problema elaboradas e procuravam solucioná-las e validá-las por mais de uma forma, para certificar-se do que estavam construindo. Concordamos com Skovsmose (2001), que além da construção de modelos é relevante entenderem as idéias econômicas que estão por trás do modelo matemático.

Situações-problema elaboradas e discutidas pelo grupo como a previsão de lucro mensal pelas empresas de transportes coletivos, o custo das passagens desconsiderando a gratuidade, o saldo obtido em caderneta de poupança de um usuário, se o mesmo economizar o valor das passagens, a renovação da frota de ônibus urbanos com o lucro e de quanto em quanto ela precisa ser renovada, o passe livre discutindo implicações como o lucro das empresas se o mesmo fosse desconsiderado, o custo para dobrar o dia de passe livre e a quem se remetem os encargos com este tipo de benefício. Todas essas situações foram discutidas e analisadas. Além dos conteúdos matemáticos, as implicações sociais e econômicas que estão presentes neste contexto foram discutidas e a busca de outras alternativas de transporte. Quanto as situações-problema elaboradas pelo grupo, concordamos com Barbosa (2003a) que representam problemas para os alunos pelo fato que o tema por eles abordado faz parte da realidade vivenciada por eles.

A seguir apresenta-se a síntese do trabalho sobre tarifa de ônibus urbano de Santa Maria e algumas das situações-problema elaboradas pelo grupo.

### **A polêmica do aumento da tarifa de ônibus urbano em Santa Maria**

O valor da tarifa de ônibus em Santa Maria no mês de março de 2006 é de R\$ 1,60. Mas segundo informações e notícias de jornais, virá um novo aumento das tarifas de ônibus do transporte coletivo.

Cada vez que se fala em aumento de tarifas, ocorre uma grande discussão em torno do assunto. Isso se dá pelo fato, de várias pessoas e entidades participarem do cálculo dessa tarifa e da sua aprovação.

Quando se propõem um aumento da tarifa, deve-se justificá-lo. Na cidade de Santa Maria o cálculo da tarifa é repensado primeiramente pela administração Municipal, que leva em conta um estudo completo sobre as condições do sistema de transporte coletivo urbano. Neste estudo, foi constatado que deve haver uma melhor operacionalização de questões relacionadas a excessos de oferta e falta de demanda em alguns horários, os quais podem influenciar diretamente no preço da tarifa.

A Associação de Transportes Urbanos (ATU), também defende o aumento da tarifa alegando que de 2005 para 2006, o número de passageiros diminuiu sensivelmente em função da greve da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) e que o salário também subiu, fazendo com que o cálculo da tarifa se modifique levando em conta esses dados.

Segundo dados do jornal A RAZÃO do dia 28 de março de 2006, Edmilson Gabardo atual presidente da ATU (Associação dos Transportes Urbanos) divulgou números relativos

a outubro de 2005 que, segundo empresários do setor, contribuem para a elaboração do cálculo da planilha do transporte coletivo urbano, os quais são:

- Passageiros transportados: 3,1 milhão (100% da demanda)
- Pagantes: 1,75 milhão (56% da demanda)
- Estudantes (50% de desconto): 650 mil (21% da demanda)
- Idosos (gratuidade): 550 mil (17% da demanda)
- Demais gratuidades - deficientes, acompanhantes, policiais militares, carteiros, fiscais e estafetas do Município: 180 mil (6% da demanda)

Tendo como base os dados apontados pela ATU, elaborou-se situações-problema relacionadas ao tema.

### Situação-problema 1:

Segundo dados do jornal A RAZÃO, 28 de março de 2006, o lucro dos empresários proprietários dos ônibus é de 12% ao mês. Considerando o número de passageiros transportados mensalmente pelas empresas de ônibus de Santa Maria, e que pagam passagem integral ou parcial, qual é a previsão de lucro mensal, considerando o valor da passagem:

- a) R\$ 1,57 (valor defendido pelo economista da UFSM)
- b) R\$ 1,60 (valor atual)
- c) R\$ 1,80 (valor defendido pela prefeitura)
- d) R\$ 2,00 (valor defendido pela ATU).

Caso I) Considerando o fato de que todas as pessoas pagam passagem integral.

TOTAL MENSAL ARRECADADO = NÚMERO DE PASSAGEIROS QUE PAGAM  
PASSAGEM INTEGRAL  $\times$  PREÇO DA PASSAGEM

$$T_1 = PP \times X$$

LUCRO = TAXA DE LUCRO  $\times$  TOTAL MENSAL ARRECADADO

$$L_1 = \frac{12}{100} \cdot T_1 \Rightarrow L_1 = 0,12 \cdot T_1$$

Para cada caso tem-se:

a)  $T_1 = 2.747.500,00$        $L_1 = 329.700,00$

b)  $T_1 = 2.800.000,00$        $L_1 = 336.000,00$

c)  $T_1 = 3.150.000,00$        $L_1 = 378.000,00$

d)  $T_1 = 3.500.000,00$        $L_1 = 420.000,00$

Caso II) Considerando o fato das pessoas que pagam passagem parcial.

TOTAL MENSAL ARRECADADO = NÚMERO DE PASSAGEIROS QUE PAGAM  
PASSAGEM PARCIAL · PREÇO DA PASSAGEM.

$$T_2 = PE \cdot \frac{X}{2}$$

LUCRO = TAXA DE LUCRO  $\times$  TOTAL MENSAL ARRECADADO

$$L_2 = \frac{12}{100} \cdot T_2 \Rightarrow L_2 = 0,12 \cdot T_2$$

Ou seja, para cada caso segue que:

a)  $T_2 = 510.250,00$                        $L_2 = 61.230,00$

b)  $T_2 = 520.000,00$                        $L_2 = 62.400,00$

c)  $T_2 = 585.000,00$                        $L_2 = 70.200,00$

d)  $T_2 = 65.000,00$                        $L_2 = 78.000,00$

Caso III) Considerando o fato das pessoas que pagam passagem integral e parcial.

LUCRO FINAL MENSAL = LUCRO<sub>1</sub> + LUCRO<sub>2</sub>

$$L = L_1 + L_2$$

i) Lucro Total no caso do preço da passagem ser R\$ 1,57.

$$L = 39.930,00$$

ii) Lucro Total no caso do preço da passagem ser R\$ 1,60.

$$L = 398.400,00$$

iii) Lucro Total no caso do preço da passagem ser R\$ 1,80.

$$L = 448.200,00$$

iv) Lucro Total no caso do preço da passagem ser R\$ 2,00.

$$L = 498.000,00$$

Considerando o valor da passagem R\$ 1,60 a ATU obtém um lucro mensal de R\$ 398.400,00 se o valor da passagem aumentasse para R\$ 2,00 o lucro dos empresários aumentaria aproximadamente R\$ 100.000,00 por mês. A pergunta que podemos colocar é a seguinte: este lucro é repassado para a melhoria salarial dos empregados? É repassado para a melhoria das frotas de ônibus? É repassado para a melhoria da oferta dos serviços prestados aos usuários?

**Situação-problema 2:**

Considerando o fato da empresa de ônibus trabalhar com o lucro fixo mensal de R\$ 398.400,00 (valor atual de a passagem ser R\$ 1,60) e de todas as pessoas pagarem passagem como sugerem os empresários. Qual seria o valor da passagem?

$$L = T \times \text{taxa}$$

$$L = PP \times X \times 0,12, \text{ ou seja}$$

$$X = 1,07 \text{ ou } x \cong 1,10$$

Devido, a dificuldade de troco, a passagem será cobrada no valor de R\$ 1,10.

Com este valor da passagem o lucro é de R\$ 409.200,00 um valor ainda maior do que o lucro já obtido, será então que é necessário tirar as gratuidades ou diminuir o lucro já obtido?

Quanto eles estarão lucrando, com esse arredondamento além dos R\$ 398.400,00?

$$L_2 = \text{taxa } PP \cdot X$$

$$L_2 = 409.200,00 \text{ e}$$

$$L_2 - L_1 = 10.800,00$$

Eles lucram R\$ 10.800,00 com a diferença de R\$ 0,03 por cada passagem num mês. Se esse lucro de R\$ 10.800,00 fosse revertido em gratuidades teríamos 9.818 pessoas beneficiadas.

$$\frac{10.800}{1,10} = 9.818 \text{ pessoas}$$

### Situação-problema 3:

Um professor em início de carreira, utiliza 2 passagens de ônibus diariamente, trabalhando 25 dias por mês. A fim de comprar uma motocicleta, resolveu ir caminhando para o trabalho poupando diariamente os valores das passagens e colocando este valor em uma Caderneta de Poupança com taxa de juros igual a 0,7% ao mês, no início de cada mês. Em quanto tempo ele terá o saldo de R\$ 2.000,00 que é o custo estimado para a motocicleta?

Primeiramente consideremos o valor da passagem R\$1,60.

Por dia o professor economiza:  $2 \times 1,60 = 3,20$  e por mês:  $3,20 \times 25 = 80,00$ . Assim, o professor deposita mensalmente R\$ 80,00 na Caderneta de Poupança.

Vamos deduzir o modelo matemático que determina o saldo na caderneta de poupança passados t meses.

Seja  $C_0$  o valor inicial que será depositado mensalmente a uma taxa de juros mensal.

Após o primeiro mês o saldo é de:

$$C_1 = C_0 + iC_0$$

$$C_1 = C_0 (1+i)$$

Após o segundo mês, o saldo é de:

$$C_2 = C_0(1+i) + i[C_0(1+i)] + C_0 + iC_0 \cdot C_2$$

$$C_2 = C_0(1+i) + C_0 + i[C_0(1+i) + C_0]$$

$$C_2 = C_0(1+i)(1+i) + C_0(1+i)$$

$$C_2 = C_0(1+i) + C_0(1+i)^2$$

Após o terceiro mês, o saldo é de:

$$C_3 = C_0(1+i) + C_0(1+i) + i[C_0(1+i) + C_0(1+i)]$$

$$C_3 = C_0(1+i) + C_0(1+i) \cdot (1+i) + C_0(1+i)$$

$$C_3 = C_0(1+i)^3 + C_0(1+i)^2 + C_0(1+i)$$

e assim sucessivamente.

Transcorridos  $t$  meses o saldo acumulado é dado por

$$C_t = (1+i)C_0 + (1+i)^2C_0 + (1+i)^3C_0 + \dots + (1+i)^{t-1}C_0 + (1+i)^tC_0$$

que é uma soma de uma progressão geométrica, dada por:

$$c_t = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}, \text{ para } q \neq 1, \text{ onde } a_1 = (1+i)C_0 \text{ e } q = (1+i)$$

Ou seja,

$$c_t = \frac{(1+i)c_0 [(1+i)^t - 1]}{1+i-1}$$

$$c_t = \frac{c_0(1+i)[(1+i)^n - 1]}{i}$$

No caso específico do problema proposto, temos:

$$t \cong 23$$

Após 23 meses que é equivalente há 1 ano e 11 meses, teremos o valor de R\$ 2.000,00 disponíveis para comprar a motocicleta, depositando no início de cada mês R\$ 80,00, contando com uma taxa fixa de 0,7% ao mês. Ou seja, em aproximadamente 2 anos o professor ganha autonomia no seu transporte diário.

#### Situação-problema 4:

A frota total de ônibus de Santa Maria é de 650 ônibus. Com o lucro encontrado na situação-problema 1, em quanto tempo se renovaria toda a frota?

O valor de um ônibus novo é de aproximadamente R\$ 400.000,00. Assim, para renovar a frota precisaríamos de:

$$\text{Valor Total} = 400.000,00 \times 650 = 260.000.000,00$$

Como o lucro mensal é de R\$ 398.400,00 o lucro anual será de 4.780.800,00 com o valor da passagem R\$1,60, para renovar a frota precisaríamos de

$$260\,000\,000,00 \div 4\,780\,800,00 \cong 54 \text{ meses}$$

A frota se renovaria em 4 anos e 6 meses, ou seja, toda a frota poderia ser renovada a cada 5 anos aproximadamente.

Se com o valor atual a frota se renova em 5 anos, então considerando o valor sugerido pela ATU de R\$ 2,00 onde o lucro anual é de R\$ 5.976.000,00 em quanto tempo se renovara toda a frota?

$$260.000.000,00 \div 5976.000,00 \cong 43 \text{ meses}$$

A frota se renovaria em 3 anos e 7 meses, ou seja, aproximadamente a cada 4 anos teríamos uma renovação da frota.

Com a diferença de R\$ 1,60 para 2,00 a frota se renovaria com um ano menos. Será que um veículo como esse necessita ser renovado em tão pouco tempo?

### **Situação-problema 5:**

Um fim de semana de cada mês, há o chamado Passe Livre, onde neste dia as pessoas não pagam passagem. Isto ocorre em todas as linhas urbanas de Santa Maria. A média de população transportada neste dia é de 103.333 pessoas.

- a) Qual seria o lucro das empresas se não houvesse Passe Livre?
- b) Considerando o Passe Livre sendo oferecido para a população dois finais de semana a cada mês, qual seria o lucro?
- c) Quem paga as passagens para as empresas neste dia?

O passo seguinte foi escrever o artigo. Nesta fase os alunos apresentaram algumas dúvidas ao redigir e percebemos que este grupo possuía desenvoltura na escrita, apesar de algumas dúvidas, produziam ativamente. Não dependiam mais das professoras. Ganharam autonomia, percebiam os erros e acertos e procuravam as professoras quando sentiam alguma insegurança, mas sabiam o que queriam e desta forma interagiam entre si e com as professoras. Elaboraram o artigo e sentiam-se encorajadas e confiantes com os resultados obtidos. Estavam orgulhosas com os modelos construídos e pelo artigo elaborado.

A partir do término do trabalho escrito, iniciaram o resumo para a apresentação oral. Este grupo não apresentou dificuldades nesta fase do trabalho e apresentou o trabalho demonstrando conhecimento e argumentando sobre suas produções e sobre a Modelagem Matemática com desenvoltura.

Percebemos uma mudança significativa nas atitudes da fase inicial para a fase final do trabalho, pois na última fase estavam autônomas, posicionando-se e argumentando as

situações que estavam dispostas a enfrentar. Tinham uma postura crítica quanto ao assunto e aos modelos construídos por, desenvolverem a arte de julgar e analisar as situações vivenciadas. (BARBOSA, 2001a).

Pela dedicação do grupo, estudaram conteúdos matemáticos, empenharam-se na aprendizagem de conceitos além de obterem conhecimentos sobre os transportes urbanos e as implicações sociais envolvidas em torno do tema e sobre a Modelagem Matemática.

O trabalho elaborado por este grupo resultou no artigo (Anexo C) publicado na 12ª Jornada Nacional de Educação e 2º Congresso Internacional de Educação, apresentado na forma de comunicação oral.

#### Atividades do grupo três e sua produção

Este grupo iniciou o trabalho sem acreditar muito na proposta e realizou a escolha do tema sem muito entusiasmo. O tema que o grupo, inicialmente, propôs estava relacionado com o trabalho de um dos componentes: o consumo de tecido num hospital. Para a obtenção dos dados os alunos necessitavam da autorização do hospital para utilizá-los. A justificativa para trabalhar com o tema é que um dos alunos trabalha neste local e com muitos dados, mas nem sempre concorda “[...] como a conta está sendo feita” Roberto (relato extraído do Diário de Campo da pesquisadora).

Este aluno tem uma formação acadêmica mais sólida, pois é graduado em Sistemas de Informações. A professora os incentivou a buscarem dados e informações e salientou que precisavam da concordância da empresa e que a mesma fornecesse os dados. Observamos que este é um dos grupos mais resistente em desenvolver as atividades com Modelagem Matemática, pois prefeririam que a professora explicasse o conteúdo em aulas expositivas e que os avaliassem com provas, mas mesmo assim esforçam-se para desenvolver as atividades sugeridas. No Diário de Campo eles relatam: “Discutimos sobre o material encontrado, ainda havia dúvida sobre o tema. Discutimos sobre o tema, a princípio queríamos escrever sobre consumo de tecidos utilizado em um hospital”. A nossa percepção, nesse momento, foi que estavam com vontade de mudar de assunto, mas não manifestaram essa intenção.

Os alunos receberam a permissão da empresa para utilizar os dados. Observamos que os mesmos eram pobres e que teriam dificuldades para elaborar alguma situação-problema, a partir do que conseguiram, mas aguardamos uma atitude deles e não nos manifestamos neste momento. Eles argumentaram que com aqueles dados que lhe foram disponibilizados “[...] não dá para fazer nada, não temos material suficiente”. Eva (relato extraído do Diário de Campo da pesquisadora).

Observamos que o desânimo estava tomando conta do grupo. Incentivamos então para que o grupo pensasse em outro tema. Um dos alunos comentou que possuía um carro bicomustível e “[...] nessa época não estava valendo a pena”. Roberto (relato extraído do Diário de Campo da pesquisadora).

A professora responsável pela disciplina aproveitou o comentário e incentivou-os a trabalharem com o tema: o consumo de carro bicomustível. Um dos elementos do grupo comentou ser este um assunto conhecido e não demonstrou interesse. O outro aluno percebeu a facilidade do tema e aceitou o desafio. Relato extraído do Diário de Campo da pesquisadora

[...] então vai ser ótimo, vamos ter muitos dados, vamos conseguir usar muita matemática e criar bons problemas. Roberto

Observamos que não havia uma boa interação entre os componentes e procuramos auxiliá-los nas dificuldades. O grupo reluta em trabalhar da forma que sugerimos. No momento da escolha do tema estavam desmotivados e desacreditando que iriam conseguir realizar as atividades. No Diário de Campo eles relatam o encontro,

Trabalhamos com médias que envolviam dados de compras e usos de tecidos hospitalares;  
Como não achamos que esses dados eram interessantes, então a professora nos sugeriu para trabalharmos com carros flex, utilizando álcool e gasolina.  
Durante a semana procuramos dados e informações.  
A professora pediu para elaborarmos uma situação-problema.

No encontro seguinte um aluno não compareceu ao encontro e ficamos preocupadas e indagamos: será que está tão difícil? Nós, como professoras também nos angustiamos. Os alunos deste grupo apresentavam algumas dificuldades, pois não demonstravam saber o que fazer com os dados e quais questões formularem. Fora da sala de aula, eles não têm oportunidade de se encontrarem e assim o trabalho segue apenas nos encontros semanais. Orientamos e repetimos as orientações. Apesar desses desafios, mantivemos o propósito de continuar interagindo com o grupo, desafiando-os objetivando o sucesso do grupo no trabalho proposto. Julgamos pertinente citar Skovsmose (2000, p. 86), em relação aos cenários para a investigação e aos desafios para o professor.

Qualquer cenário para a investigação coloca desafios para o professor. A solução não é voltar para a zona de conforto do paradigma do exercício, mas ser hábil para atuar no novo ambiente. A tarefa é tornar possível que os alunos e o professor sejam capazes de intervir em co-operação dentro da zona de risco, fazendo dessa uma atividade produtiva e não uma experiência ameaçadora.

Num trabalho cooperativo com a professora elaboraram uma situação-problema e buscaram soluções para o mesmo.

No Diário de Campo relatam o encontro,

A professora nos pediu as situações-problema, eu não havia elaborado, porém fiz em aula. Discutimos sobre os preços que encontramos e sobre uma situação-problema elaborada.

Chegamos em uma equação do primeiro grau e um gráfico do tipo  $x=y$  que resulta em uma reta.

Trabalhamos com três situações:

Carro a álcool

Carro a gasolina

Carro flex.

Este carro percorreria certa distância, e com os dados encontrados, fizemos a média de cada situação.

A partir da formulação da primeira situação-problema percebeu-se que mudaram de postura e começaram a gostar do trabalho. É deles, a solicitação, via correspondência eletrônica, enviada durante a semana: “Tem como mandar de novo o artigo sobre Modelagem? Obrigado!” Roberto

O grupo apresentou mudanças de postura, mas percebemos algumas dificuldades para problematizar, investigar e trabalhar com conteúdos matemáticos. O grupo apresentava algumas dúvidas e precisava de auxílio e por isso foi destinada atenção especial ao grupo.

Desde o início do trabalho, percebíamos que um dos componentes do grupo não estava muito interessado com o tema. Assim, eles propuseram uma divisão do grupo de modo que o outro componente pudesse trabalhar sobre um outro tema de seu interesse. A partir desse momento, um dos alunos forma o que chamamos de Grupo Quatro.

O grupo não tem frequência regular, por isso o andamento do trabalho não é o mesmo dos outros grupos, mas mesmo assim produziram um artigo de qualidade. Um dos alunos redige bem e desenvolve as atividades, fora dos encontros sem acompanhamento. Traz o trabalho para a professora ler e discutem as situações-problema e as soluções, bem como as validações.

Com o primeiro tema, estudaram médias e construíram gráficos representativos e com segundo tema, carro bicomustível, o grupo se envolveu durante a maior parte do tempo. A investigação do tema, dos conteúdos matemático, a elaboração das situações-problema, a resolução e validação eram etapas que não aconteciam em tempo definido, porque conforme dispunham dos dados, elaboravam situações-problema, investigavam conteúdos matemáticos para solucionar e validar e assim iam e voltavam percorrendo os passos descritos por Burak (2004).

Conforme investigavam sobre o assunto, analisavam tabelas, elaboravam situações-problema e para solucioná-las ou validá-las estudaram conteúdos matemáticos, como equações lineares e porcentagem.

Situações-problema discutidas e analisadas por esse grupo foram: a maneira mais econômica de abastecer o carro bicomcombustível, a comparação entre comprar um carro bicomcombustível ou não, entre outras. Contexto esse relacionado a um público com poder aquisitivo, o que nos permite inferir que o grupo encontra-se inserido nesta realidade, vivencia o problema e solucionar essa problemática é parte de seu interesse. Problematizando e analisando as soluções foi possível discutir e argumentar criticamente os modismos consumistas, a qual a sociedade está exposta.

A seguir apresenta-se a síntese do trabalho sobre carro bicomcombustível e as situações-problema elaboradas pelo grupo.

## **Introdução**

Anda assustado com o preço da gasolina? É justamente aí que os modelos bicomcombustíveis ganham clientes. A possibilidade de escolha entre abastecer com gasolina ou álcool tem atraído cada vez mais consumidores (VARGAS, 2006).

Os carros bicomcombustíveis, ou flex, estão no mercado desde março de 2003, quando a Volkswagen lançou o Gol Total Flex. Diferente daquela época, em que as opções eram poucas, hoje é possível encontrar no mercado versões flex de quase todos os modelos das mais conhecidas marcas de veículos. E a tendência é de mais lançamentos. Volkswagen, Ford, Fiat, General Motors, Citroën, Peugeot e Renault são as marcas que já têm modelos disponíveis no mercado (VARGAS, 2006).

Segundo a Associação Nacional dos Fabricantes de Veículos Automotores (ANFAVEA), as vendas de bicomcombustíveis estão crescendo gradativamente no país. Em janeiro de 2005 representavam cerca de 27% das vendas. Em dezembro, alcançavam 68%. Em 2006 as previsões foram melhores: em janeiro foram vendidas mais de 91 mil unidades, o que representa 72,8% do total (VARGAS, 2006).

A demanda pelos automóveis bicomcombustíveis não deve ser afetada pela recente disparada no preço do álcool. Para especialistas e na visão da indústria, o problema é pontual e a compra de um carro modelo "flex" é realizada com planos de obter uma economia a longo prazo (MATTOS, 2006).

Segundo Rafael Schechtman, diretor do Centro Brasileiro de Infra-Estrutura (CBIE) e professor da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), a elevação no valor cobrado pelo álcool não deve ter influência no mercado "flex" pelo fato de que não se paga mais pela

tecnologia. "Para certos modelos de carros, só há o bicombustível", diz o especialista (MATTOS, 2006).

Antes de responder os problemas em estudo, o engenheiro Marcelo Brandão vai responder às perguntas mais freqüentes sobre os bicombustíveis.

Marcelo Brandão, chefe de engenharia de desenvolvimento de produtos da unidade de Sistemas a Gasolina da Bosch, empresa que fornece o sistema bicombustível para General Motors, Volkswagen, Peugeot, Fiat e Citroën (VARGAS, 2006).

- Como funcionam os bicombustíveis?

O que o sistema bicombustível faz é diferenciar o álcool da gasolina por meio da quantidade de oxigênio que passa pelo escape, medida por um sensor de oxigênio, que, após cálculos realizados pela central de comando do motor determina qual é o combustível. Ou seja, o sistema é capaz de reconhecer qual é o combustível que o usuário está usando e desta forma se ajusta para funcionar na condição ideal do motor.

- Pode misturar os combustíveis ou tem que usar um de cada vez?

Pode misturar sim, em qualquer proporção.

- Como é o desempenho do motor flex?

Com álcool, a tendência é que o desempenho do veículo seja melhor. Já com a gasolina, a autonomia de distância é maior, ou seja, o consumo é menor por quilômetro (Km).

- Quais são as vantagens dos bicombustíveis?

O triunfo dos bicombustíveis é o de proporcionar ao proprietário optar entre abastecer com gasolina ou com álcool. É bom porque se um combustível estiver caro, ou faltar no mercado, ele pode colocar outro. A política do preço dos combustíveis não afeta o dono do veículo. Uma dica é ver o preço dos dois combustíveis. Por exemplo, se o álcool estiver 70% ou menos do preço da gasolina, é melhor colocar álcool. Se estiver mais caro, vale a pena colocar gasolina. Se o consumidor seguir esta regra, ele vai conseguir economizar.

- Que cuidados uma pessoa deve ter com um carro bicombustível?

O mesmo cuidado que ela tinha com um veículo movido à gasolina, ou seja, seguir as recomendações dos manuais dos proprietários. Se no manual não estiver escrita nenhuma recomendação específica, os cuidados são os mesmos.

- Qual é a diferença entre o carro bicombustível original de fábrica e o carro convertido fora de uma montadora?

A diferença é que o original de fábrica tem um sistema específico para cada veículo, enquanto que os kits de conversão são genéricos. Desta forma, o original consegue

preencher as necessidades do veículo. Como o kit tem que atender ao maior número de modelos de carros, ele não alcança. Algumas conseqüências são o aumento da poluição, a perda de desempenho, o aumento do consumo e o desgaste de algumas peças do motor que não são adequadas ao uso com álcool.

No dia 02/03/2006 o jornal FOLHA ONLINE publica a reportagem: Tabela ajuda dono de carro flex a economizar com álcool ou gasolina (FOLHA ONLINE, 2006).

Para ajudar proprietários de carro bicombustível a fazer a escolha mais econômica nos postos, a FOLHA ONLINE publica a tabela 1 que mostra o preço máximo do litro do álcool para que esse combustível seja mais vantajoso que a gasolina.

Tabela 1: Abasteça com álcool somente se o litro custar menos que:

Gasolina	Álcool	Gasolina	Álcool	Gasolina	Álcool	Gasolina	Álcool
2,20	1,54	2,36	1,652	2,52	1,764	2,68	1,876
2,21	1,547	2,37	1,659	2,53	1,771	2,69	1,883
2,22	1,554	2,38	1,666	2,54	1,778	2,70	1,89
2,23	1,561	2,39	1,673	2,55	1,785	2,71	1,897
2,24	1,568	2,40	1,68	2,56	1,792	2,72	1,904
2,25	1,575	2,41	1,687	2,57	1,799	2,73	1,911
2,26	1,582	2,42	1,694	2,58	1,806	2,74	1,918
2,27	1,589	2,43	1,701	2,59	1,813	2,75	1,925
2,28	1,596	2,44	1,708	2,60	1,82	2,76	1,932
2,29	1,603	2,45	1,715	2,61	1,827	2,77	1,939
2,30	1,61	2,46	1,722	2,62	1,834	2,78	1,946
2,31	1,617	2,47	1,729	2,63	1,841	2,79	1,953
2,32	1,624	2,48	1,736	2,64	1,848	2,80	1,96
2,33	1,631	2,49	1,743	2,65	1,855		
2,34	1,638	2,50	1,75	2,66	1,862		
2,35	1,645	2,51	1,757	2,67	1,869		

Devido à variedade de valores cobrados no Estado de São Paulo, a tabela 1 enumera 61 opções de preços de gasolina e os valores máximos do litro do álcool que representariam ganho para o motorista em cada um desses casos. Sempre que o álcool ultrapassar esse máximo, o motorista ganha se optar pela gasolina.

Os cálculos foram feitos a partir de orientação do Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada (Cepea-USP), uma das maiores autoridades do país em relação ao álcool, que recomenda ao motorista não abastecer o veículo flex com álcool sempre que o

preço do litro superar 70% do valor da gasolina. O percentual reflete o menor rendimento do álcool, que faz o veículo rodar menos quilômetros que a gasolina com um mesmo volume de combustível.

### Situação-problema 1

Supondo que uma pessoa possua um carro flex 1.6 e que rode 100 km por dia. No final de um ano, qual é a melhor forma de abastecer este carro?

Para responder este problema utilizamos a tabela 2.

Tabela 2: abaixo segue simulação para um carro flex 1.6 rodando 100 km/dia:

Combustível	Consumo médio (LITROS) *	Custo por Km	Preço **	Gasto Mensal	Gasto Anual
Álcool	7,30	R\$ 0,2671	R\$ 1,95	R\$ 801,30	R\$ 9.615,60
Gasolina	9,70	R\$ 0,2729	R\$ 2,65	R\$ 818,70	R\$ 9.824,40
Flex	8,70	R\$ 0,2645	R\$ 2,30	R\$ 793,50	R\$ 9.522,00

\* Fonte: teste realizado pela Ipiranga publicado em 29/10/05 pelo Diário de SP

\*\* Fonte: preços pesquisados em 15/05/2006 em Santa Maria – RS

### Definição das variáveis

Seja P o preço do litro do combustível e D a distância percorrida e C o consumo médio do combustível em toda a viagem. O custo médio da viagem é V.

Qual é quantidade de litros de combustível que é gasto para percorrer a distância D.

$$Q = D/C$$

### Solução do problema

#### Álcool

Seja  $D_1=100$  km,  $C_1=7,3$  litros e  $P_1 = R\$ 1,95$ .

Sendo  $Q_1$  a quantidade de litros gastos para percorrer a distância  $D_1$ .

Ou seja,  $Q_1 = D_1 / C_1 = 100 / 7,3 = 13,69 = 13,7$ . Assim o custo da viagem  $V_1$  é:  $V_1 = Q_1 * P_1 = 13,7 * 1,95 = R\$ 26,715$ .

O Custo por Km é  $26,715 / 100 = R\$ 0,2671$ .

O Custo mensal é  $100 * 0,2671 * 30 = R\$ 801,30$ .

O Custo anual é  $100 * 0,2671 * 30 * 12 = R\$ 9.615,60$ .

### Gasolina

Seja  $D_2 = 100$  km,  $C_2 = 9,7$  litros e  $P_2 = R\$ 2,65$ .

Sendo  $Q_2$  a quantidade de litros gastos para percorrer a distância  $D_2$ .

Ou seja,  $Q_2 = D_2 / C_2 = 100 / 9,7 = 10,30$ . Assim o custo da viagem  $V_2$  é:  $V_2 = Q_2 * P_2 = 10,30 * 2,65 = R\$ 27,295$ .

O Custo por Km é  $27,295 / 100 = R\$ 0,2729$ .

O Custo mensal é  $100 * 0,2729 * 30 = R\$ 818,70$ .

O Custo anual é  $100 * 0,2729 * 30 * 12 = R\$ 9.824,40$ .

### Flex

Seja  $D_3 = 100$  km,  $C_3 = 8,7$  litros e  $P_3 = R\$ 2,30$ .

Sendo  $Q_3$  a quantidade de litros gastos para percorrer a distância  $D_3$ .

Ou seja,  $Q_3 = D_3 / C_3 = 100 / 8,7 = 11,49 = 11,5$ . Assim o custo da viagem  $V_3$  é:  $V_3 = Q_3 * P_3 = 11,5 * 2,30 = R\$ 26,45$ .

O Custo por Km é  $26,45 / 100 = R\$ 0,2645$ .

O Custo mensal é  $100 * 0,2645 * 30 = R\$ 793,50$ .

O Custo anual é  $100 * 0,2645 * 30 * 12 = R\$ 9.522,00$ .

De modo geral o custo médio da viagem diária é dado por  $V = X * P$ .

De modo geral o custo médio da viagem mensal é dado por  $V = X * P * 30$ .

De modo geral o custo médio da viagem anual é dado por  $V = X * P * 30 * 12$ .

De acordo com os resultados obtidos, verifica-se que o combustível flex é o mais econômico.

### Situação-problema 2

Na hora de abastecer com carro flex, o que é mais viável, álcool ou gasolina?

Baseado na tabela 2 verifique se o valor do álcool tem vantagem sobre a gasolina no momento de abastecer, seguindo os dados da tabela 1.

### Definição das variáveis

Seja  $G$  o preço do litro da gasolina e  $A$  o preço do litro do álcool e  $X$  o percentual do álcool sobre a gasolina.

### Solução do problema

Então, de acordo com a tabela 1, se o motorista decidir abastecer em um posto que cobrasse R\$ 2,65 pela gasolina, só deve optar pelo álcool se o litro custar menos que R\$ 1,855.

Baseado na tabela 2 seja G1 o valor da gasolina G1=R\$ 2,65 e A1 o valor do álcool A1= R\$ 1,95. Sendo que X1 o percentual.

Calculo para verificar o percentual:

$$G1 * X1 = A1 * 100$$

$$\mathbf{X1 = A1*100 / G1}$$

Baseado na fórmula do cálculo de X1 verificou-se o valor do percentual.

$$X1 = 1,95 * 100 / 2,65$$

$$X1 = 195 / 2,65$$

$$X1 = 73,58 \%$$

Verificou-se que o percentual X1 do álcool supera os 70% do valor da gasolina, deste modo não é vantagem em abastecer com álcool.

Baseado na tabela 1, seja G2 o valor da gasolina G2=R\$ 2,65 e A2 o valor do álcool A2= R\$ 1,855. Sendo que X2 o percentual.

Calculo para verificar o percentual:

$$G2 * X2 = A2 * 100$$

$$\mathbf{X2 = A2*100 / G2}$$

Baseado na fórmula do cálculo de X2 verificou-se o valor do percentual.

$$X2 = 1,855 * 100 / 2,65$$

$$X2 = 185,5 / 2,65$$

$$X2 = 70,00 \%$$

Verificou-se que o percentual X2 do álcool é justamente os 70% do valor da gasolina, deste modo é vantagem em abastecer com álcool.

De modo geral o cálculo do percentual é dado por  $\mathbf{X = A*100 / G}$ .

### Situação-problema 3

Qual dos carros é mais econômico?

Baseado nas informações da tabela 3 calcule o custo por quilometro (Km) de cada carro baseado nos valores da tabela 2.

Tabela 3

	<b>Celta 2 portas 1.0 Flexpower - Life</b>	<b>Celta 2 portas 1.4 Gasolina - Life</b>
Valor *	R\$ 24.490,00	R\$ 27.290,00
Consumo em Estrada **	18 km/l gasolina – 12,2 km/l álcool	17,7 km/l

\* Fonte: <http://www.gm.com.br/> no dia 15/06/2006.

\*\* Fonte: <http://www2.uol.com.br/bestcars/testes2/celta-flex-2.htm>.

### Definição das variáveis

Seja **D** a distância percorrida e **C** o consumo médio do combustível e **P** o preço do litro do combustível.

### Solução do problema

#### Celta Flexpower - Álcool

Seja  $D_1 = 100$  km,  $C_1 = 12,2$  litros e  $P_1 = R\$ 1,95$ .

Sendo  $Q_1$  a quantidade de litros gastos para percorrer a distância  $D_1$ .

Ou seja,  $Q_1 = D_1 / C_1 = 100 / 12,2 = 8,196 = 8,2$ . Assim o custo da viagem  $V_1$  é:  $V_1 = Q_1 * P_1 = 8,2 * 1,95 = R\$ 15,99$ .

O Custo por Km é  $15,99 / 100 = R\$ 0,1599$ .

O Custo mensal é  $100 * 0,1599 * 30 = R\$ 479,7$ .

O Custo anual é  $100 * 0,1599 * 30 * 12 = R\$ 5.756,40$ .

#### Celta Flexpower - Gasolina

Seja  $D_2=100$  km,  $C_2 = 18$  litros e  $P_2 = R\$ 2,65$ .

Sendo  $Q_2$  a quantidade de litros gastos para percorrer a distância  $D_2$ .

Ou seja,  $Q_2 = D_2 / C_2 = 100 / 18 = 5,555 = 5,55$ . Assim o custo da viagem  $V_2$  é:  $V_2 = Q_2 * P_2 = 5,55 * 2,65 = R\$ 14,70$ .

O Custo por Km é  $14,70 / 100 = R\$ 0,147$ .

O Custo mensal é  $100 * 0,147 * 30 = R\$ 441,00$ .

O Custo anual é  $100 * 0,147 * 30 * 12 = R\$ 5.292,00$ .

### **Celta Gasolina**

Seja  $D3 = 100$  km,  $C3 = 17,7$  litros e  $P3 = R\$ 2,65$ .

Sendo  $Q3$  a quantidade de litros gastos para percorrer a distância  $D3$ .

Ou seja,  $Q3 = D3 / C3 = 100 / 17,7 = 5,649 = 5,65$ . Assim o custo da viagem  $V3$  é:  
 $V3 = Q3 * P3 = 5,65 * 2,65 = R\$ 14,97$ .

O Custo por Km é  $14,97 / 100 = R\$ 0,1497$ .

O Custo mensal é  $100 * 0,1497 * 30 = R\$ 449,10$ .

O Custo anual é  $100 * 0,1497 * 30 * 12 = R\$ 5.389,20$ .

**Tabela 4** - Gasto anual em combustível da situação-problema 3:

	<b>Gasto Anual</b>
<b>Celta Flexpower - Álcool</b>	R\$ 5.756,40
<b>Celta Flexpower - Gasolina</b>	R\$ 5.292,00
<b>Celta Gasolina</b>	R\$ 5.389,20

Baseado na tabela 4 qual dos celta é o mais econômico?

O Celta Flexpower – Gasolina é o carro mais econômico, durante um ano economizaria R\$ 97,20 em relação ao Celta Gasolina.

Após a elaboração e resolução das situações-problema, o grupo iniciou a redação do trabalho e não apresentou dificuldades. Escreveram o artigo com embasamento teórico sobre Modelagem Matemática e sobre os carros bicompostíveis. Concordamos com Bisognin, Bisognin e Rays (2004, p. 87), ao relatarem que trabalhar com Modelagem Matemática favorece “a participação ativa dos alunos, pois permite a quebra da passividade e da desmotivação freqüente nas aulas de matemática”.

O grupo escreveu o artigo, elaborou a apresentação e apresentou o trabalho com segurança e desenvoltura expondo suas idéias e argumentado sobre o trabalho e sobre a metodologia utilizada.

O trabalho elaborado pelo grupo três resultou no artigo (Anexo D) e consideramos que produziram um artigo de boa qualidade.

### Atividades do grupo quatro e sua produção

O grupo quatro surgiu da divisão do grupo três e é formado por um aluno. A escolha do tema foi realizada quase na metade do semestre letivo, passando assim a existir o grupo quatro. A vantagem era que estava seguro com o tema escolhido e começou trabalhando com interesse e conhecimento sobre o assunto.

O tema escolhido foi sobre a criação de chinchilas. O aluno possuía conhecimento prévio, uma vez que é formado no curso de técnico agrícola e estudou sobre o assunto, durante seu estágio. Os dados e informações que o aluno possuía permitiram a elaboração de diversas situações-problema e a criação de modelos matemáticos com facilidade. Percebeu-se que ficou motivado com o trabalho e animado quando conseguiu elaborar uma situação-problema cuja solução recaiu na seqüência de Fibonacci.

No Diário de Campo relata “trabalhei com a professora [...] sobre a criação de chinchilas. Começamos com uma situação-problema envolvendo a reprodução dos animais com o passar do tempo”.

O aluno desenvolvia atividades extraclasse e no Diário de Campo relatou “trabalhei em casa durante a semana sobre as chinchilas”. Apresentava, como os demais alunos, algumas dúvidas na elaboração das situações-problema, na solução, na validação dos modelos e também na redação do trabalho, mas sentia-se seguro quanto a abordagem e confiante para procurar as professoras e expor suas dúvidas. Como fazia parte de seu cotidiano, sabia quando a solução não estava adequada a situação-problema proposta e criticava a validação do modelo, discutindo sobre o assunto com argumentos condizentes. Concordamos com Caldeira (2004, p. 3) ao argumentar sobre a importância do aluno identificar os problemas.

Para isso, é necessário que os próprios alunos identifiquem determinados problemas, tentem solucioná-los com a ajuda do professor e principalmente negociem entre eles a legitimidade das soluções propostas. Essa legitimidade das soluções está diretamente relacionada com a nova postura do professor a que me referi anteriormente. Além disso, os alunos, ao trabalharem dessa forma, aprendem o processo de construir a pergunta, além de elaborar respostas. Essa é a semente do crítico-criativo em educação da matemática

Percebia a importância dos conteúdos matemáticos e sentia prazer em elaborar as soluções e verificar a validade da solução encontrada, dialogando com as professoras e colegas. Dessa forma, acontecia um trabalho compartilhado e a produção do conhecimento se dava em conjunto e isso enriquecia o trabalho e o conhecimento adquirido por haver interação. Concordamos com Isaia e Bolzan (2006, p. 73) que “no espaço da aula universitária, professores e alunos, em um processo interativo e colaborativo, podem recombinar de forma criativa os conhecimentos das áreas as quais estão vinculados”.

Investigou sobre o tema, problematizou, construiu tabelas, utilizou programas computacionais como o *Excel* e o *Maple* para traçar gráfico e comparar os modelos obtidos, bem como para modificar as hipóteses. Desta forma, entre os conteúdos matemáticos estudados citamos a seqüência de Fibonacci, equação de diferença de primeira ordem, taxas de crescimento e decrescimento, porcentagem, função linear, exponencial e logarítmica e a regressão ou ajuste de curva. Analisou tendências, crescimento, decrescimento, limite da representação gráfica e dos modelos construídos. Foram citados todos os conteúdos matemáticos ou estatísticos desenvolvidos independente se as situações-problema e ou estudos realizados estão presentes no artigo publicado ou não.

Inicialmente, elaborou o trabalho com cinco situações-problema como a previsão do crescimento da população de chinchilas, a taxa de crescimento e o lucro obtido.

A seguir apresenta-se a síntese do trabalho sobre criação de chinchilas e algumas das situações-problema elaboradas pelo grupo.

### **As chinchilas e a Modelagem Matemática**

A reprodução dos animais acontece através do método poligâmico, formando famílias com seis fêmeas e um macho. A vida reprodutiva das chinchilas inicia aos oito meses de idade e pode durar até dez anos. As chinchilas têm em média dois partos por ano e dois filhotes por parto, mas elas podem ter de um a quatro filhotes por parto. Possuem três pares de mamas sendo um não funcional. A gestação é de cento e onze dias. A fêmea entra regularmente no cio de vinte e oito dias em vinte e oito dias no inverno, tendo uma variação no verão, cujo intervalo torna-se maior por causa do calor.

O animal se torna adulto quando alcança os oito meses de idade, estando pronto para o abate. A pele possui de oitenta a cento e vinte pêlos por folículo piloso sendo que cada fibra chega a ser vinte vezes mais fina que um fio de cabelo humano. A pele é bastante densa e leve, por isso é cara e apreciada pelo mercado internacional. A fibra se caracteriza por possuir três faixas de cor. A base ocupada pela maior parte da fibra é de cor escura. A banda que é branca e o véu que é a extremidade da fibra que esse é de cor preta.

A cotação média para a venda das peles fica em torno de U\$ 35,00 (trinta e cinco dólares) cada uma. O custo de produção está na média de U\$ 12,00 (doze dólares) por pele, ou seja, por animal.

### **Problematização e Desenvolvimento da Matemática Relacionada ao Tema.**

As atividades desenvolvidas a seguir requerem entendimento sobre a criação e reprodução de chinchilas.

### Situação-Problema 1

Qual é a previsão do crescimento da população de chinchilas, com o passar do tempo, se a cada parto nascem sempre uma fêmea e um macho?

Considere que um criador de chinchila adquira um casal maduro de chinchila. A situação pode ser visualizada na tabela a seguir.

DATA		Nº DE PARES	POPULAÇÃO TOTAL
Tempo de Criação	Instantes		
Início	0 = P <sub>0</sub>	1	2
4 meses após	4 = P <sub>1</sub>	2	4
8 meses após	8 = P <sub>2</sub>	3	6
12 meses após	12 = P <sub>3</sub>	5	10
16 meses após	16 = P <sub>4</sub>	8	16
20 meses após	20 = P <sub>5</sub>	13	26

De um modo geral tem-se o seguinte modelo matemático para o número de pares de chinchilas

$$P_n = P_{n-1} + P_{n-2}, \text{ com } n \geq 2 \quad \text{ou}$$

$$P_{n+2} = P_{n+1} + P_n, \text{ com } n \geq 0$$

Que é uma equação de diferença de 1ª ordem, onde n é o tempo medido de quatro em quatro meses.

Se n = 2, então:

$$P_2 = P_1 + P_0 = 2+1=3$$

Se n = 3, então:

$$P_3 = P_2 + P_1 = 3+2=5$$

Neste caso obtém-se a famosa seqüência de Fibonacci.

“Sobre Fibonacci: Seu nome era Leonardo de Pisa. Atribui-se Fibonacci ao fato de ser filho de Bonacci. Leonardo de Pisa escreveu livros de Aritmética e Álgebra, destacando-se entre eles um clássico histórico: *o Liber abaci*. Nesta sua obra ele debruça-se sobre um problema por ele formulado que veio dar origem a uma sucessão a que posteriormente se associou o seu nome - Fibonacci - ficando assim conhecida na história como a Sucessão de Fibonacci. Esta sucessão veio na seqüência do seguinte problema: *Quantos pares de coelhos serão produzidos num ano, começando com um só par, se em cada mês cada par gera um novo par que se torna produtivo a partir do segundo mês?* Todo este problema considera que os coelhos estão permanente fechados num certo local e que não ocorrem mortes. *Queremos saber quantos pares de coelhos podem ser gerados, durante um ano, por esse par, assumindo que pela sua natureza, em cada mês dão origem a um outro par de coelhos, e no segundo mês após o nascimento, cada novo par pode também gerar.* Ele mostra que teremos 233 pares de coelhos ao fim de um ano de vida do par de coelhos com que partimos. Listando a sucessão 1, 1,

2, 3, 5, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233 na margem dos seus apontamentos, ele observou que cada um dos números a partir do terceiro é obtido pela adição dos dois números antecedentes, e assim podemos fazê-lo em ordem a uma infinidade de números de meses.

Esta seqüência, é conhecida atualmente como a seqüência ou sucessão de Fibonacci". (LUCHETTA, 2003)

Essa seqüência se repetiu também em nossa atividade. Obteve-se o modelo matemático encontrado chegando a uma previsão de crescimento da população, no tempo em que se deseja.

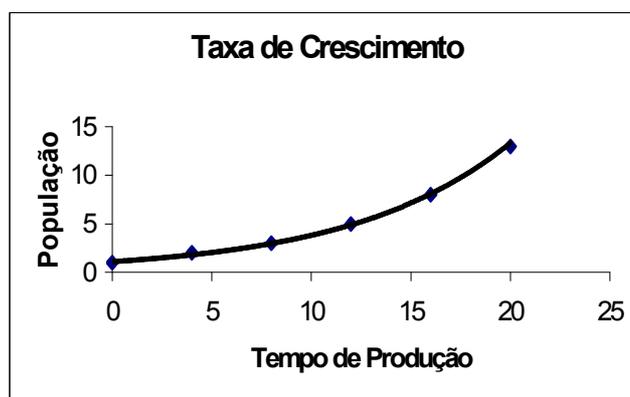
### Situação-Problema 2.

Qual a taxa de crescimento da população? A partir do modelo encontrado na Situação Problema 1, construa uma tabela com os valores até  $n = 15$  (onde  $n$  corresponde aos meses de nascimento).

Tem-se:

$n$	$P_{n+2} = P_{n+1} + P_n$
0	$P_2 = 3$
1	$P_3 = 5$
2	$P_4 = 8$
3	$P_5 = 13$
4	$P_6 = 21$
5	$P_7 = 34$
6	$P_8 = 55$
7	$P_9 = 89$
8	$P_{10} = 144$
9	$P_{11} = 233$
10	$P_{12} = 377$
11	$P_{13} = 610$
12	$P_{14} = 987$
13	$P_{15} = 1597$
14	$P_{16} = 2584$
15	$P_{17} = 4181$

A partir dos dados da tabela anterior obtém-se o seguinte gráfico:



A partir dos dados da tabela tem-se a seqüência: {1,2,3,5,8,13,...} e a partir desta obtém-se:

$$\text{se: } \frac{2}{1} = 2, \frac{3}{2} = 1,5, \frac{5}{3} = 1,6, \frac{8}{5} = 1,6, \frac{13}{8} = 1,6.$$

Assim a taxa de crescimento da população é de 1,6 (aproximadamente). Isto nos dá uma idéia de crescimento exponencial. Ou seja, a cada período a população cresce na mesma taxa (observe o cálculo da taxa de crescimento).

A partir disto tem-se:

$P_{n+1} = CP_n$ , onde  $C$  = taxa de crescimento. Assim, tem-se:

$$P_1 = CP_0$$

$$P_2 = CP_1 = CCP_0 = C^2P_0$$

$$P_3 = CP_2 = CC^2P_0 = C^3P_0 \quad \text{continuando com esse processo}$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$P_n = C^n P_0$$

Que é a solução da equação de crescimento exponencial.

Análise do Modelo:

Observando a tabela e o gráfico anterior observa-se que a população em pouco tempo cresce exponencialmente. Isto significa que a população cresce exponencialmente e com o passar do tempo teremos uma superpopulação.

### Situação-Problema 3.

a) Qual o Modelo Matemático do crescimento da população se o início da produção de chinchilas seja um macho e seis fêmeas? E se cada fêmea dá origem a um par de filhotes, (um macho e uma fêmea) com o passar do tempo?

b) Em quanto tempo teremos uma população adulta para o abate, de modo que abatendo 50% dos filhotes dessa população obtém-se lucro?

Considerando-se o custo de produção U\$12,00 e a venda da pele de cada animal são de U\$35,00 para cada animal adulto.

Soluções:

a) Raciocinando-se como na situação-problema 1 tem-se

#### Produção de Chinchilas

DATA		Nº DE ANIMAIS
Tempo de Criação	Instantes	
Início	$0 = P_0$	7
4 meses após	$4 = P_1$	19
8 meses após	$8 = P_2$	31
12 meses após	$12 = P_3$	55
16 meses após	$16 = P_4$	91

Da tabela obtém-se o modelo matemático:

$$P_{n+2} = P_{n+1} + P_n + 5, \text{ onde } n \geq 0 \text{ é o tempo medido de quatro em quatro meses.}$$

De acordo com dados obtidos sobre a criação de chinchilas sabe-se que o custo de criação de cada animal é de U\$ 12,00 e a venda da pele é de U\$ 35,00, então o custo e a venda de chinchilas é dado por:

b) Custo e Venda de Chinchilas

Nº de animais	Instante	M + M	F	FM	FAA	F <sub>FM</sub> M	CUSTO	VENDA
7	$P_0$	7						
19	$P_1$	7	12					
31	$P_2$	7	12	12	6		372	210
35	$P_3$	7	12	12+12	12		420	432
91	$P_4$	7	12	12+12+12	12+12	12	1092	840
151	$P_5$	7	12	12+12+12+12	36+12	36	1812	1470

M + M = Macho + Matriz

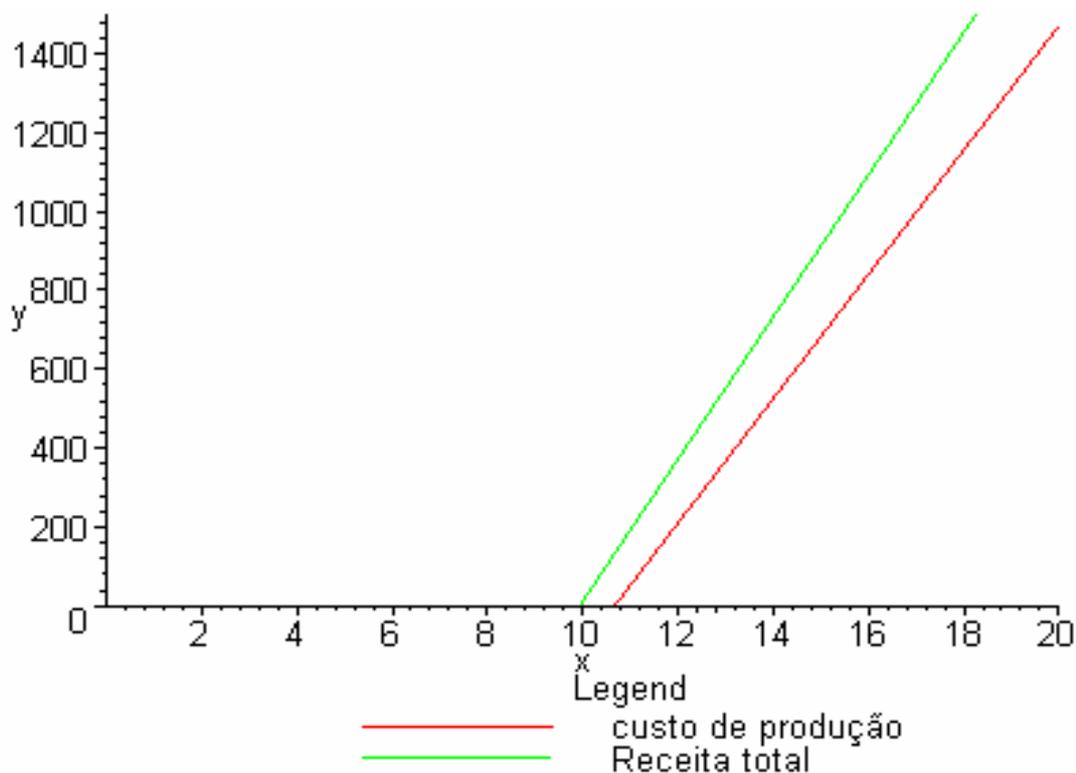
F = Filhos

FM = Família de Matrizes adultas

FAA = Família Adulta para Abate

F<sub>FM</sub>M = Filhos da família adulta adultos.

Graficamente pode-se observar a receita total e produção



O custo de produção de chinchilas é dado pela função  $y = 180x - 1788$ , onde  $x$  é o número de animais adultos e  $y$  é o custo da produção. A Receita Total (Venda de Peles) é dada pela função  $y = 157,5x - 1680$ , onde  $x$  é o número de animais adultos e  $y$  é a Receita Total.

Através do gráfico e dos cálculos, entende-se que se o criador abater somente 50% dos filhotes adultos da produção não obterá lucro em tempo algum, pois as retas que representam o custo da produção e a receita total não se interceptam no 1º quadrante.

#### Situação-Problema 4.

No caso da situação-problema 3, qual o percentual da população a ser vendida para obter lucro após 24 meses do início da criação?

De acordo com o texto o custo de produção é de U\$12,00 e o valor da pele de cada animal adulto é de U\$35,00.

Utilizando os dados da tabela de Custo de Venda de chinchilas, da situação-problema 3 e de acordo com o modelo descrito teremos, após 24 meses, 151 animais. O valor do custo total de produção quando chega ao 24º mês, é de U\$1.812,00. Assim o mínimo de animais

que devem ser abatidos para que se tenha lucro após 24 meses é de  $\frac{1812}{35} = 52$ .

Ou seja, aproximadamente 52 animais devem ser abatidos. Logo para saber quanto este valor representa em porcentagem sobre o número de animais basta usar uma regra de três, mas não devemos esquecer que a família (de 7 animais) não pode ser vendida. Assim, têm-se animais adultos e jovens.

$$151 - 7 = 144$$

Dos 144 animais, somente 84 são adultos e podem ter suas peles vendidas, ou seja, 60 acabaram de nascer, portanto não podem ser vendidos porque sua pele não tem valor comercial. Portanto, pela regra de três segue que:

$$84 \rightarrow 100\%$$

$$52 \rightarrow X$$

O que resulta  $X = 62\%$ .

Conclui-se que para obter lucro em uma criação de chinchilas, o produtor deve vender após 24 meses do início da criação, 62% dos filhotes adultos ou seguindo o mesmo raciocínio 34% de toda a população.

O aluno desenvolveu as atividades com desenvoltura e entendimento, demonstrou prazer e segurança durante a escrita do trabalho, além de entusiasmo pelo que produziu e com o que produziu.

Elaborou a apresentação oral do trabalho e o apresentou com segurança e motivação e ainda justificou a importância da metodologia utilizada e o prazer de estar apresentando o trabalho desenvolvido no semestre. Concordamos com Zabalza (2004, p. 200), ao argumentar que “a aprendizagem também é produto da prática do aprendiz, do trabalho solicitado e das condições para realizá-lo”.

O artigo (Anexo E) publicado na 12ª Jornada de Educação e 2º congresso Internacional de Educação está com quatro situações-problema pelo limite de páginas apresentado na forma de comunicação oral e este trabalho também foi apresentado em forma de pôster no XIII Simpósio Sul Brasileiro de Ensino de Ciências em Blumenau.

### Interpretação das atividades e da produção dos grupos

Relatamos aqui as conclusões mais importantes das atividades desenvolvidas e da produção dos grupos.

Durante a realização do trabalho, observamos que os grupos escolheram temas do seu cotidiano e que tinham interesse naquele assunto. Também levaram em consideração, na escolha do tema, a qualidade dos dados.

Os argumentos que usaram com o colega para convencê-lo foi:

[...] vai ser fácil pesquisar este assunto, pois terei muitos dados [...]

Vania

[...] tenho como conseguir ajuda [...] Ana

(Relatos extraídos do Diário de Campo da pesquisadora).

Quando conseguiam convencer o colega foi porque para ambos, o tema fazia parte da realidade, despertava interesse e o grupo partia para a pesquisa de informações e busca de dados. Quando um dos componentes não se convenciam, ou seja, o tema não era do seu contexto, ficava receoso e não se empenhava com o trabalho. Ficava esperando que o colega conseguisse pesquisar sozinho e dizia:

[...] meu colega não chegou e por isso não tenho o que fazer [...] Eva

(Relato extraído do Diário de Campo da pesquisadora).

No início do semestre, a cada encontro, parecia que as inseguranças aumentavam. Concordamos com Barbosa (2005) e Skovsmose (2000) que cenários para a investigação representam *zona de risco*. Em alguns momentos, nós professoras tínhamos dúvidas se nossos alunos conseguiriam realizar o que tínhamos proposto. Não sabíamos o que iriam perguntar e nem sobre o assunto. Segundo Barbosa (2001a, p. 5), “Os conceitos e idéias matemáticas exploradas dependem do encaminhamento que só se sabe à medida que os alunos desenvolvem a atividade”. Os grupos escolhiam um tema, entusiasmavam-se e no outro encontro retornavam desmotivados pelas dificuldades encontradas, com dúvidas e desacreditando que iriam conseguir realizar o trabalho. Dessa forma sentíamos que estávamos trabalhando na zona de risco.

Os alunos perceberam, logo no início do trabalho, que as professoras não respondiam diretamente as perguntas, mas questionavam e suscitavam dúvidas. Seguimos esse caminho por acreditarmos que “a investigação é o caminho pelo qual a indagação se faz. É a busca, seleção, organização e manipulação de informações [...]. Pode-se dizer que Modelagem é uma investigação matemática, pois ela se dá por meio de conceitos, idéias e algoritmos desta disciplina” (BARBOSA, 2001a, p. 6).

Tanto nós professoras quanto eles estávamos aprendendo e como foi difícil adotar uma nova postura de ser professora e de ser aluno. Nesse sentido, Caldeira (2004, p. 2) argumenta que “[...] faz-se necessário uma nova postura de professor frente a essa nova realidade docente, postura essa que se concretizará através de concepções alternativas de aprendizagem

da Matemática e de novas metodologias em que o professor possa optar por aquela que mais se adapte para essa nova realidade”.

Percebemos o quanto os alunos estão acostumados a receberem o conteúdo pronto, a zona de conforto descrita por Barbosa (2005) e Skovsmose (2000) e no momento que é sugerido trabalharem de forma diferente, ficaram desestabilizados e a tendência foi a de proporem outro tema que segundo eles seria mais fácil. Essa etapa da escolha do tema foi a de maior indecisão e mais longa, de muitos progressos e retrocessos. Após um mês do início do semestre letivo, todos os grupos haviam vencido a etapa da escolha do tema e dois grupos estavam na fase da pesquisa exploratória. Depois da definição do tema, a dúvida apresentada pelos grupos foi na busca de dados e informações e o que fazer com os mesmos. Barbosa (2004b) resumiu essas situações dizendo que no início das atividades, os alunos não possuíam uma idéia clara sobre como proceder, mas a medida que se familiarizavam com o tema, com as variáveis e discutiam com os professores prosseguiram. A postura dos grupos, inicialmente, foi a de que as professoras tomassem a atitude de decidir o que o grupo deveria fazer. Percebeu-se que o acadêmico de Matemática tem dificuldade de elaborar situações-problema, pois preocupava-se com a Matemática e não com a situação que o envolvia. O envolvimento que ele tinha era para resolver a situação-problema proposta com o objetivo de mostrar a matemática. Nesse sentido, Caldeira (2004, p. 3)

Não passa pela compreensão dos alunos que alguns daqueles conceitos matemáticos explorados em sala de aula não se encontram somente nos livros, mas aparecem de fato também na realidade, no cotidiano, na própria atividade de explorar e investigar o seu mundo real. E, o que é mais importante, na necessidade de entender esse mundo.

Os alunos sentiram-se apreensivos quanto a sua capacidade para encontrar modelos matemáticos, mas a insegurança foi desaparecendo, à medida que o trabalho avançava e quando sentíamos que estavam muito apreensivos ou inseguros, retrocedíamos um pouco e também adotamos a postura de encorajá-los. Nosso propósito, era mantê-los motivados para investigar o assunto por eles escolhidos e compreender conceitos matemáticos ou estatísticos. Nosso papel como professoras foi basicamente questionar e orientar o trabalho tanto na construção dos modelos como na matemática necessária para entendê-los. Como professoras, indagávamos, provocávamos perguntas que suscitassem dúvidas e novas questões, a fim de possibilitar uma reflexão crítica sobre o que estava sendo estudado e construído. Sentimos a importância da atitude democrática citada por Skovsmose (2001) que é o diálogo entre professores e alunos.

Observamos a preocupação dos alunos quanto a matemática que teriam que dominar para formular e resolver as situações-problema. Externavam a dúvida, se a professora queria que os modelos envolvessem a matemática do ensino superior ou do ensino médio e fundamental. Percebeu-se que os alunos queriam “agradar a professora” fazer o que eles achavam que ela estava esperando. Um aluno comentou.

[...] será que se fizermos esse problema, a professora não vai achar fácil. O exemplo que ela trouxe foi de diferencial. Não sei elaborar um problema com diferencial. Acho que não vou conseguir fazer o trabalho. Isso é difícil. Eva

(Extraído do Diário da pesquisadora nos relatos das inseguranças vivenciadas pelos grupos).

Algumas dificuldades com leituras de textos, a compreensão do assunto lido e do entendimento dos dados encontrados foram percebidas e esses entraves dos alunos participantes da pesquisa pode ser atribuído a pequena dedicação a leituras.

Durante a realização do trabalho, as etapas da Modelagem Matemática descritas por Burak (2004), não foram estanques, pois, ao mesmo tempo em que realizavam a pesquisa exploratória, tentavam elaborar situações-problema e resolvê-las, bem como validá-las. Percebeu-se também que alguns grupos, às vezes, não trabalhavam com unidades de medidas, pois quando resolveram as situações-problema deixaram de usá-las e em situações posteriores não sabiam com que unidades de medidas haviam trabalhado. Também observamos que alguns alunos apresentaram algumas dificuldades em trabalhar com programas computacionais.

Percebemos que trabalhar desta forma, o tempo, a ser dedicado aos alunos, é superior ao das aulas expositivas tradicionais. Os alunos procuravam as professoras fora do espaço dedicado aos encontros, além das correspondências eletrônicas.

Esta mudança de postura foi gratificante para nós professoras. Correspondência eletrônica enviada, durante a semana, para a professora pesquisadora relata o encontro com a professora responsável pela disciplina e o rumo que o grupo está seguindo.

Conversamos com a professora e ela nos sugeriu um novo assunto. Não sei se você leu a reportagem da A Razão na terça-feira (28/03/06) sobre o cálculo da tarifa de ônibus. Gostamos do assunto e temos um problema que nos interessou. Vou encontrar material na internet e escrever um e-mail para a redação do jornal A Razão, pedindo informações sobre a reportagem. Qualquer dúvida ou sugestão escreva. Um abraço!

| Obs: Se encontrar algum material envie. Obrigada! Ana

Superada a insegurança inicial, todos os grupos conseguiram elaborar situações-problema, construíram modelos matemáticos, validaram os resultados, conjecturaram novas hipóteses, expressaram domínio do tema, o que lhes permitiu estabelecer relações entre conhecimentos de outras áreas com conteúdos matemáticos. Neste momento, concordamos com Gadotti (2003), o que proporciona significado ao que aprendemos é o contexto, por isso é necessário dominar, além do conteúdo, o contexto e este fornece significado àquele. Em um processo contínuo, demonstraram interesse, domínio e curiosidade, construíram o conhecimento, interpretaram e criticaram suas próprias construções e, dessa forma, desenvolveram a criticidade e a reflexão sobre a tomada de decisão gerando aprendizagem. Ousamos dizer que foi proporcionado aos alunos a oportunidade de problematizar através da pesquisa.

Perceberam-se e instituíram-se como grupo, estabelecendo uma relação de confiança mútua e de trocas de experiências, havendo pois um trabalho colaborativo, entre os componentes dos grupos e dos grupos entre si. Conforme Masetto (2001), também sentimos que as atividades desenvolvidas em grupo deixaram contribuições significativas e mais avançadas porque os alunos participantes do grupo tomavam conhecimento das colaborações dos outros, discutiam, analisavam, e com esse debate avançavam na problematização e na investigação, bem como nas aprendizagens. Concordamos com Caldeira (2004, p. 4), “Grupos de trabalhos se fazem necessários para uma dinâmica mais participativa, onde o aluno passa da passividade das aulas explicativas, onde ele é mero espectador e ‘depositário’ de informações, para uma dinâmica integrativa e criativa”.

Percebemos que no decorrer do trabalho foi, aos poucos, estabelecendo-se um clima de confiança entre os alunos, entre alunos e professoras e ao mesmo tempo percebeu-se o quanto os alunos estavam comprometidos com o trabalho e interagiam entre si e com as professoras. Como afirma Bisognin, Bisognin e Rays (2004), a Modelagem Matemática envolve alunos e professores num trabalho participativo, na busca de soluções de problemas provenientes da realidade social.

Na pesquisa realizada o número de alunos na turma permitiu um atendimento a todos e um atendimento individualizado aos grupos. O número de alunos influenciou na qualidade das discussões, na quantidade de assuntos discutidos e nas análises dos resultados que envolviam

diferentes conteúdos de matemática e/ou estatística. O questionamento que precisamos fazer é como desenvolver um trabalho dessa natureza em turmas com quarenta alunos, por exemplo?

O uso da correspondência eletrônica também permitiu um trabalho dedicado tanto dos alunos como das professoras, além de percebermos o quanto os alunos foram ganhando em autonomia. Com o uso da correspondência eletrônica e com os recursos eletrônicos utilizados durante as atividades desenvolvidas, percebemos como Masetto (2001, p. 99) que “os recursos eletrônicos facilitam a pesquisa, a construção do conhecimento em conjunto ou em equipe, a intercomunicação entre alunos e entre estes e seus professores”. No final do trabalho, sentimos que os alunos estavam confiantes e seguros.

Os alunos desejavam compartilhar o resultado de suas pesquisas com os demais colegas da instituição e a professora responsável pela disciplina agendou um seminário envolvendo professores e alunos da Licenciatura em Matemática. O compromisso estabelecido pelos componentes dos grupos em socializar o conhecimento produzido coletivamente foi mais um momento para explicitar e discutir suas idéias, ouvir e considerar as vozes de seus pares. O processo de socialização e discussão do trabalho realizado pelos sujeitos participantes da pesquisa foi um momento de reflexão e foi significativo para o grupo, assim como as atividades por eles desenvolvidas. Ousamos afirmar que o seminário constituiu-se em momento rico para o processo de formação dos alunos, por exercerem responsabilidade e compromisso com o aprendizado e com o meio que estavam inseridos, demonstrando autonomia em suas ações e isso possibilitou ampliarem seus conhecimentos. Para Masetto (2001), o aluno necessita aprender a pesquisar, fazer investigação e a socializar esses conhecimentos, de forma a aprimorar atitudes e competências, a fim de possibilitar analisar e discutir criticamente os conteúdos e as soluções para as situações-problema do contexto.

Após o fechamento do trabalho do semestre, percebemos que os alunos sentiram-se valorizados, entusiasmados e seguros em apresentar o trabalho em congressos de bom nível acadêmico. O grupo dois encerra o Diário de Campo com a seguinte frase “A apresentação no Salão Azul foi um sucesso”. E o grupo um escreve “decidimos apresentar na Jornada Nacional de Educação”

Apesar de algumas dificuldades enfrentadas no início do trabalho, no final do semestre, todos os grupos produziram um artigo com embasamento teórico sobre Modelagem Matemática e construíram modelos matemáticos, a partir de situações-problema contextualizadas sobre o assunto por eles escolhidos. Concordamos com Bisognin, Bisognin e Rays (2004), quando escrevem que fazer uso da Modelagem Matemática possibilita ao aluno conhecer situações reais e desenvolver a capacidade de solucioná-los. Além disso, podemos

dizer que desenvolve a autonomia e consciência crítica e todos os grupos sentiram-se orgulhosos do trabalho por eles produzidos. Pode-se então dizer que a investigação foi relevante para o aprendizado, dos alunos e das professoras.

Os documentos elaborados pelos grupos resultaram em artigos publicados em eventos na forma de comunicação oral (12<sup>a</sup> Jornada Nacional de Educação e 2<sup>o</sup> Congresso Internacional de Educação) e na forma de pôster (XIII Simpósio Sul Brasileiro de Ensino de Ciências). Concordamos com Masetto (2001) que redigir o artigo é uma atividade que auxilia a aprender comunicar-se por escrito sobre seus conhecimentos de forma sintética, lógica, coerente, com argumentação para fundamentar suas posições. Essa foi outra forma de socializar o que foi experimentado numa disciplina da Licenciatura em Matemática e expressamos nosso sentimento na voz de Masetto (2001, p. 101).

A socialização dessas experiências mantém nossa esperança de que outros colegas se sintam motivados a ousar também, a modificar sua ação como docentes e a contribuir para a elevação do nível de qualidade dos cursos de graduação das universidades: o efeito imediato se fará sentir na formação de profissionais atualizados, competentes e cidadãos.

Em todos os grupos, as atividades com a Modelagem Matemática desenvolveram-se a partir de temas não-matemáticos (maconha, transportes urbanos, carros bicompostível, criação de chinchilas) em que os grupos formularam, simplificaram e resolveram as situações-problema e responsabilizaram-se pela coleta das informações que para Barbosa (2001a, 2004a e 2004b) é uma das formas de trabalhar com Modelagem Matemática, em sala de aula. Com a investigação dimensionavam o tema, tomando conhecimento de dados qualitativos e informações estatísticas dos quais foi possível criar modelos matemáticos.

As indagações que fizeram-se presentes na validação dos modelos matemáticos ou das soluções das situações-problema foram se realmente era válido, o porquê, como poderiam ter certeza de que estava correto, se refletia a realidade enfocada e o que era analisado da situação real para a solução encontrada (matemática), se existiam outras formas para solucionar a situação-problema, entre outras. Questões como essas podem gerar conhecimento reflexivo por fazer com que o aluno reflita sobre as implicações da matemática (BARBOSA, 2001a; 2003b; SKOVSMOSE, 2001).

O tema escolhido, as situações-problema elaboradas, a investigação sobre o tema contextualizaram os conteúdos matemáticos e estatísticos desenvolvidos nos trabalhos, contribuíram para a aprendizagem significativa e aconteceram de acordo com o interesse,

empenho e dedicação de cada grupo, bem como a fundamentação teórica sobre a Modelagem Matemática. Caldeira (2004, p. 5) argumenta

Para tratar desses temas será necessário, de modo geral, compreender o papel da aprendizagem da Matemática e suas interações com outras áreas de conhecimento, buscando uma compreensão do real, e nesta busca, o aprendizado da matemática e de outros saberes estarão presentes de forma significativa. E através dessa compreensão, obter a modificação de comportamentos para uma vida de melhor qualidade.

Conseguiram expressar domínio do tema o que lhes permitiu estabelecer relações entre conteúdos matemáticos ou estatísticos com os temas por eles abordados, promovendo desta forma, a contextualização desses conteúdos, num processo criativo, gerando resultados de aprendizagem significativa por demonstrarem criticidade e reflexão na tomada de decisão. Por isso, os caminhos da matemática crítica descritos por Skovsmose (2001), puderam ser seguidos, oportunizando aos atores discutir as implicações da matemática nos contextos estudados, além de aprender matemática proporcionando a compreensão do papel sociocultural da matemática.

A dedicação dos alunos participantes deste estudo foi surpreendente e citamos alguns dos fatores que contribuíam, nesse sentido, como: o envolvimento entre alunos e professores, a investigação de temas de seus interesses, a realização de atividades fora do horário previsto para os encontros, as correspondências eletrônicas entre professores e alunos e entre alunos e alunos, entre outros. Dessa forma, acreditamos ter atingido o propósito de participar de um estudo que favorece a aprendizagem contextualizada e significativa de conceitos matemáticos e estatísticos.

#### 4.4. APRECIÇÃO DA EXPERIÊNCIA PELOS SUJEITOS PARTICIPANTES

Com o objetivo de obter a opinião do aluno de Licenciatura em Matemática, participante desta pesquisa sobre as atividades desenvolvidas na disciplina de *Projeto de Pesquisa e Extensão em Educação Matemática II* da UNIFRA, com relação a Modelagem Matemática foi realizada a entrevista coletiva (Apêndice B). O objetivo foi lido para os sujeitos participantes, bem como a explicação de que esta pesquisa faria parte de uma dissertação de Mestrado em Ensino de Física e de Matemática que busca esclarecer a contribuição da Modelagem Matemática para uma aprendizagem contextualizada e significativa.

A referida entrevista foi respondida pelos alunos participantes, em horário marcado exclusivamente para este fim. O espaço utilizado foi uma sala de estudo da biblioteca da instituição. As entrevistas foram gravadas, depois transcritas e a identidade dos sujeitos foram preservadas, atribuindo-lhes nomes fictícios de suas preferências, como Ana, Diana, Eva, Lia, Roberto e Vania. Os sujeitos compareceram e opinaram sobre a metodologia utilizada nas aulas desta disciplina, sobre a importância deste trabalho, se adotariam a mesma forma de trabalhar nas suas aulas como futuros professores, justificando as opiniões e como avaliam as atitudes e as atividades desenvolvidas pelas professoras em sala de aula. Falaram com propriedade e se detiveram nas questões, explicando e exemplificando. As perguntas foram lidas e eles responderam com tranquilidade discutindo, opinando e complementando a resposta do colega.

A primeira questão foi sobre a metodologia utilizada nas aulas desta disciplina, e os alunos opinaram positivamente sobre essa forma utilizada para a aprendizagem, por despertar o gosto e o interesse pela matemática. Argumentaram que se sentiram livres quanto a matemática a ser trabalhada, não foram forçados a estudar este ou aquele conteúdo e teoremas. Nesse sentido, as vozes dos sujeitos da pesquisa convergem para os achados de Burak (1987, p. 32)

No estudo da matemática através da modelagem, as atividades se constituem na ação de refletir, de fazer, de construir, de concluir e de generalizar. Esta é a liberdade que essa prática educativa parece permitir a cada participante do processo, ao favorecer o uso de suas próprias estratégias, na sua maneira natural de pensar, sentir e agir.

Nesta mesma direção pode-se ouvir o aluno Roberto

[...] é uma boa forma de ensinar matemática porque foge um pouco daquela teoria. Podemos escolher um tema e desenvolver a matemática e isso foi legal. Com liberdade, sem ninguém dizer tem que ter aquele conceito, teorema, desenvolvi aquilo que quis. Foi dado liberdade ao aluno. Pude trabalhar com aquilo que gosto.

Em nenhum momento, classificaram Modelagem Matemática como fácil, pelo contrário, acreditaram ser trabalhoso para o aluno e na opinião deles, foi um trabalho diferente do que estavam acostumados a fazer e se sentiram desestruturados no início, mas aos poucos foram sentindo-se seguros. Transcrevo a seqüência das falas quando estão se referindo ao que foi trabalhoso para o aluno.

[...] bem interessante. Deu trabalho por ser diferente do que estávamos acostumados a trabalhar. Eva

[...] é muito trabalhoso. Diana

[...] tinha que escrever e esse era o problema, mas foi legal. Lia

[...] nos deixou bastante desestruturadas no início. Escolhemos um tema depois não deu certo. Diana

[...] deu bastante trabalho até decidir o que fazer. Eva

Citaram também o pouco tempo para decidir o que fazer, a dificuldade para escrever e não poder ausentar-se das aulas, devido ao fato de que o trabalho era em grupo. Argumentaram que se sentiam responsáveis pelas aulas; tinham que pensar o que iam fazer, mas, tinham clareza do que fazer. Transcrevo a seqüência das falas quando se referem a essa situação

[...] achei muito interessante, ficou bem claro o que fazer. Nós tínhamos que fazer, nós tínhamos que correr atrás... Vania

[...] não dava para matar aula, não tinha como matar aula... Eva

[...] tínhamos que fazer. Se eu faltasse o meu trabalho ia ficar parado. Ana

[...] Gostei muito de trabalhar, pesquisamos muita coisa que não conhecia. Lia

Um aluno relatou que, no início, parecia uma brincadeira, depois, percebeu o quanto pesquisou e trabalhou para desenvolver as atividades. Nesse sentido, transcrevo parte da fala de um aluno.

[...] no início eu pensei que era uma brincadeira, mas realmente não foi [...] Tem que pesquisar e trabalhar e deu trabalho, mas foi um trabalho bom de se fazer porque é uma coisa que eu gosto, é um tema que eu gosto, aí é interessante. Eva

Pelas vozes dos sujeitos da pesquisa, observou-se que se sentiram compromissados com a aprendizagem, pois perceberam que a aprendizagem dependia deles e não só do professor. Percebemos durante a realização do trabalho que no final do encontro, os alunos não saíam da sala e continuavam trabalhando, embora a professora os avisassem que o horário da aula havia se esgotado e que a sala de aula seria utilizada por outra turma. Nesse sentido, transcrevo parte da fala de um aluno.

[...] uma boa forma de ensinar matemática, [...] e tem afinidade com o aluno por trabalhar temas da realidade. Fugiu dos teoremas, tive liberdade de fazer e desenvolver o que gosto. Roberto

A segunda questão foi sobre a importância deste trabalho. Consideraram importante e argumentaram a importância para sua formação, pois aprenderam como trabalhar determinados conteúdos, envolvendo os alunos na aprendizagem. O fato de trabalharem um tema do cotidiano e a motivação que o trabalho despertou foram outras vantagens citadas pelos alunos. Transcrevo parte da entrevista sobre a importância da Modelagem Matemática.

[...] aprendi como trabalhar um conteúdo, posso buscar um assunto da realidade, como preparar as aulas para o aluno. É uma alternativa usar Modelagem Matemática sempre ou em algum conteúdo que for possível, é uma coisa diferente. Ana

[...] é importante para a formação porque consegue envolver o aluno, trazer assunto do cotidiano, da região. Envolve o aluno, chama a atenção, anima o aluno, traz o real, motiva o aluno. Lia

[...] Aprendemos como trabalhar o conteúdo, é uma alternativa, incentiva o aluno [...] Ana

[...] uma alternativa para fazer uma aula diferente. Diana

[...] proporciona ao aluno sanar suas dúvidas. Vania

[...] a importância dela é para nossa formação, para ser professor. A idéia é trazer um tema do cotidiano e trabalhar com ele. Modelagem é isso. O professor geralmente não consegue envolver o aluno, chamar a atenção e com a modelagem consegue. Bom, é que estou fazendo o estágio bem quando estou fazendo a disciplina porque os alunos estão desanimados, meus alunos não deixam nem abrir a boca e dizem que odeiam matemática. Trazendo alguma coisa do real, um exemplo básico, um exemplo deles porque escrever números ninguém entende, mas se falar de dinheiro eles entendem e isso é modelagem. Roberto

Citaram também que aprenderam a pesquisar e que sentiram-se desafiados, pois no início acreditavam que não seriam capazes de pesquisar sobre um assunto e elaborar situações-problema, mas com o passar do tempo perceberam que conseguiram realizar o trabalho e, além disso, aprenderam novos conteúdos matemáticos e estatísticos. Barbosa (2001c, p. 32), assinala que “os alunos não tem procedimentos fixados previamente, o que

demandará deles certo esforço intelectual”. Transcrevo a seqüência das falas ao discutirem o que aprenderam

[...] aprendemos a pesquisar. Aprendemos qual é nossa dúvida e pesquisar o que queremos saber. Eva

[...] é um desafio à nossa capacidade, para escrever e montar os problemas. Vania

[...] primeiro eu achava que não ia conseguir, eu não vou conseguir pensava comigo. Eva

[...] parece que é muito confuso, muita coisa, depois que a gente estrutura, então fica fácil. Vania

[...] aprende a pesquisar, aprende a ver a dúvida, desafia a capacidade, no início acreditava não conseguir. Aprende a estruturar o conteúdo. Ana

[...] foi interessante, trabalhamos com *softwares* diferentes, conhecemos situações que não conhecíamos. Lia

[...] nós queríamos saber então fomos pesquisar, nos interessamos pelo assunto e pelo conteúdo. Diana

[...] pesquisei muita coisa que não sabia. Lia

Acreditaram que é uma alternativa pedagógica para incentivar o aluno a gostar da matemática. Como professores, alguns (33%), analisando todos os comentários sobre esta questão, não adotariam esta metodologia em todas as aulas porque demandaria tempo e isso não permitiria desenvolver todos os conteúdos que o programa da escola exige. Esse é um dos obstáculos para os professores apontado por Bassanezi (2002, p. 37), em especial quando aplicada em cursos regulares “acreditam que perderão muito tempo para preparar as aulas e também não terão tempo para cumprir todo o programa do curso”. Nesse sentido atestam as vozes:

[...] Não tem condições de fazer tudo com modelagem porque demora muito tempo. Diana

[...] não pode ser trabalhado todos os conteúdos por demorar muito tempo. Ana

Pelas falas percebe-se que nem todos têm uma idéia formada sobre o que é a Modelagem Matemática, porque os argumentos se baseavam na experiência vivenciada, enquanto que na literatura existem outras formas de realizar Modelagem Matemática. Esta foi

a primeira experiência vivenciada, pelos sujeitos da pesquisa e sabe-se que em cursos regulares existem distintos problemas que interferem no trabalho do professor. A experiência foi rica e sugere-se a continuidade em outras disciplinas e em outros contextos, a fim de possibilitar uma melhor compreensão sobre a Modelagem Matemática.

A terceira pergunta foi se adotariam a mesma forma de trabalhar que se adotou na disciplina e o porquê. Quase todos haviam se pronunciado sobre esta indagação espontaneamente na questão anterior e ela foi a mais debatida. Todos queriam falar ao mesmo tempo, justificar as vantagens como professor e como aluno, repetir e enfatizar o aprendizado que acreditavam ter conquistado, durante o semestre.

As discussões foram além da questão posta, pois compararam a metodologia usada nesta disciplina com outras disciplinas ministradas no curso e argumentaram o quanto foi proveitosa, manifestando-se favoráveis. Segundo os sujeitos da pesquisa é possível utilizar essa metodologia em qualquer nível de ensino (WODEWOTZKI e JACOBINI 2004), inclusive no curso superior, em disciplinas como Cálculo e Álgebra. Nesse sentido, transcrevo parte da fala de um aluno.

[...] sim, com certeza. Não só no ensino fundamental como no ensino médio e superior, eu adotaria porque ela dá liberdade para o aluno trabalhar com o que ele gosta, aí ele faz bem. Roberto

Comentaram que a maioria dos alunos do ensino fundamental não tem gosto pela matemática e muitas vezes demonstram aversão pela disciplina. Transcrevo a fala do aluno e no final, ele se posiciona como professor e sua resposta assemelha-se a alternativa para solução dos problemas com o ensino de matemática descrita por Burak (1987, p. 17), “O professor, através dos seus procedimentos diários, pode contribuir para que seu aluno goste e estude matemática ou deteste. Se conseguir motivá-lo, o aluno estudará matemática pelo interesse e gosto que ela desperta”.

[...] O professor deixa o aluno ficar desacreditado, como vai gostar de uma coisa que ele não gosta? Fica difícil para o professor... Primeiro eu tenho que fazê-lo gostar e depois ele vai entender, tenho que motivar e motivar, porque se eu deixá-lo ele isolado, só na matemática, ele nem está aí, não vai. Roberto

Argumentaram que a Modelagem Matemática torna o aluno e o professor criativos e motiva o trabalho, pois busca criar situações-problema que envolve a vivência do aluno.

Argumentaram que o professor que utiliza a metodologia da Modelagem Matemática estará no contexto dos alunos e procurará, em conjunto com eles, solucionar seus problemas. Transcrevo a seqüência das falas quando estão se referindo ao que foi exposto.

[...] com certeza sim, porque quando o professor usa, ele e os alunos serão mais criativos porque eles se obrigam a pensar para criar as coisas. Para dar uma aula vai ter que pensar, tem que pensar em situações reais, o aluno tem que pensar e estudar mais, se eles trazem o problema, eles vão se interessar mais, é aquilo que o aluno vive. Situações reais chamam atenção. Vania

[...] o aluno vai ter que estudar mais, porque ele vai ter que pesquisar, está no mundo do aluno ele vai ter que pensar, vai se dedicar mais. Diana

[...] vai aprender pesquisar, escrever, solucionar os problemas, escolhe o tema que ele gosta, pode escolher o conteúdo... Lia

[...] não vai ouvir o professor falar, vai fazer a aula. Eva

[...] ele vai trazer um problema da vida dele, que ele vive. Ele não vai aprender se ele não se interessa. Ana

[...] tem que ser um exemplo que ele vive, problema da vida dele. Lia

[...] por exemplo, para um aluno de escola pública não vai se interessar pelo problema que pesquisamos... Eva

Citaram que as maiores vantagens que eles vislumbraram foram: a produção do conhecimento, a oportunidade de realizar pesquisas, escrever, de buscar soluções de problemas reais. Citaram também a liberdade do trabalho e o fato de não precisar ouvir o professor durante toda a aula. Nesse sentido transcrevo parte da fala de um aluno.

[...] sentia-me realizado quando podia resolver o problema do jeito que queria, testar a solução e ver se realmente me interessava. O aluno sente prazer com isso. Não precisava ouvir alguém falando o tempo todo, e produzia nas aulas. Quando as professoras falavam sentia a importância para meu trabalho. Lia

Eles acreditam que se os professores utilizassem essa metodologia, mesmo que seja em algumas aulas, eles se sentiriam mais seguros de si como alunos, como ser humano e como professores. Nesse sentido, transcrevo parte da entrevista.

[...] íamos para aula produzir para nós, aprender a pesquisar, aprender a escrever, a redigir... Eva

[...] aprendemos muito. Lia

[...] o aluno vai escolher um tema que ele quer, então vai motivado para a aula... Diana

[...] acho que sim, estudar e produzir para mim. Eva

[...] sim, com certeza em qualquer nível. Eu gostei da liberdade que dá ao aluno, dá escolha, desenvolve o gosto pela matemática, cada um tem um gosto. Roberto

Manifestaram as alegrias que sentiram como aluno e nas falas enfatizaram que acreditavam que aconteceria o mesmo com seus alunos. Nesse sentido, transcrevo parte da fala de um aluno.

[...] não precisarei impor conteúdo ou problemas que não fazem parte da vida deles. Sentia-me livre como aluno e como professor também conseguirei que o aluno sinta-se assim. Roberto

Este aluno compara a liberdade vivenciada como aluno e expressa que como professor procurará seguir o mesmo caminho e isso nos remete a fala de Freire (1996, p. 90) sobre a vivência dos alunos de licenciatura.

É interessante observar que a minha experiência discente é fundamental para a prática docente que terei amanhã ou que estou tendo agora simultaneamente com aquela. É vivendo criticamente a minha liberdade de aluno ou aluna que, em grande parte, me preparo para assumir ou refazer o exercício de minha autoridade de professor.

Um aluno argumentou ser difícil abordar novos conteúdos, mas não deixou de elencar as vantagens em utilizá-la tanto para o professor quanto para o aluno. Em sua fala, salientou que primeiramente ele, como professor, explicaria os conteúdos, para depois utilizar Modelagem Matemática e essa, é uma das sugestões de Burak (1987) para trabalhar com a Modelagem Matemática, inclusive relata ter trabalhado desta forma em algumas atividades em sua dissertação.

A quarta e última pergunta da entrevista coletiva foi sobre como os sujeitos da pesquisa avaliaram as atitudes e as atividades desenvolvidas pelas professoras em sala de aula. Destacaram como positivas tanto as atitudes como as atividades desenvolvidas e argumentaram que as professoras ouviam as idéias, opinavam, incentivavam e questionavam com o objetivo de fazê-los pensar. Sentiram o tempo todo a presença objetiva e direta das professoras e destacaram que a disciplina foi de grande valia pelo aprendizado que obtiveram.

Salientaram como vantagens, a forma como foi conduzida a disciplina, o fato de aprenderem como elaborar situações-problema, como pesquisar, como redigir e um entrevistado argumentou que conseguiu perder traumas da matemática e de outras disciplinas. Nesse sentido, transcrevo parte da entrevista.

[...] foi muito válida a disciplina, tirei traumas do Cálculo... Roberto

[...] Recebíamos muita atenção, recebíamos e-mail e responderam nossos e-mail. Conseguíamos falar com a professora... Ana

[...] não sabia nem montar uma situação problema de tão alienada que estava... Eva

[...] sentíamos a presença objetiva e direta das professoras. Foi difícil. Esperávamos resolver tudo de uma vez, o tempo era curto, pouco tempo... Vania

[...] Deram o máximo de si, as professores ajudaram no que eu queria que fosse solucionado. Eu aprendi a pensar... Eva

Pelo relato desses dois últimos alunos, vivenciou-se o que Barbosa (2001a) e Bassanezi (2002) escrevem sobre o envolvimento dos alunos nas atividades de Modelagem Matemática, que ocorre à medida que o tema escolhido interessa ao aluno e caso contrário, pode não se envolver nas tarefas sugeridas.

Salientaram que foi uma disciplina diferente e difícil porque não haviam trabalhado desta forma, mas agora gostariam de cursar outras disciplinas utilizando esta mesma metodologia. Argumentaram que sentiram interesse e motivação para realizar as atividades porque, segundo eles, tiveram liberdade de pesquisar o que lhes interessava e tiveram oportunidade de errar e ver seus erros sem recriminações. Puderam dividir grupo e trocar de tema quando assim se fez necessário. Nesse sentido, transcrevo parte da entrevista.

[...] foi diferente, difícil para nós. Diana

[...] não fomos obrigados a nada. Foi legal, e nós nos interessávamos, pesquisávamos... Cada um escolheu seu tema e não fomos forçados. Vania

[...] agora queria fazer outras disciplinas como essa, usando a Modelagem Matemática. Diana

[...] O que mais empolgava era a liberdade de pesquisar o que queria. Roberto

A fala do aluno Roberto remete-nos a explicação de Burak (2004, s.n.) para o interesse dos grupos. “O fato de o grupo compartilhar o processo de ensino, isto é, escolher aquilo que gostaria de estudar, ter a oportunidade de se manifestar, de discutir e propor, desenvolve o interesse de cada grupo e dos grupos”. Esse interesse citado pelo autor, os alunos expressam como liberdade no nosso ponto de vista.

O que lhes angustiou no início foi voltar para casa com dúvidas porque, segundo eles, queriam elaborar as atividades e terminar o trabalho imediatamente. Como ponto negativo, falaram que a professora responsável pela disciplina não atendia a todos, num mesmo dia. Eles perceberam que seria humanamente impossível e por isso os grupos eram divididos entre as professoras, mas que fica fora da realidade deles, porque na sala de aula não teria um outro professor e nem uma turma com poucos alunos. O tempo disponibilizado para a disciplina, um encontro por semana, também foi outro ponto destacado como negativo. Nesse sentido transcrevo parte da entrevista.

[...] eu queria resolver tudo de uma vez. Vania

[...] nos também queríamos acabar o trabalho logo. Ana

[...] a professora se dedicava a um grupo, não chegava a minha vez... E a professora ficava a aula inteira se dedicando. Vania

[...] só a professora da turma não daria para atender a todos. Ana

Após a análise da entrevista coletiva, considera-se que os sujeitos participantes têm argumentos suficientes para considerarmos importante a investigação com a Modelagem Matemática desenvolvida nesta disciplina. Pelos relatos, pode-se concluir que a Modelagem Matemática contribuiu para uma aprendizagem contextualizada e significativa de conceitos matemáticos e estatísticos.

Concordamos com Masetto (2001, p. 101), ao argumentar sobre as atividades pedagógicas em que se preocupou em criar melhores condições para a aprendizagem “[...] conseguimos motivar esses alunos para o estudo das disciplinas, envolvê-los com sua formação profissional e tornar significativo para eles o curso de graduação – e como consequência elevar o nível de qualidade desse curso”.

Para finalizar este capítulo, podemos salientar os resultados positivos obtidos nesta investigação em que foi utilizada a Modelagem Matemática e concordamos com Barbosa (2001b) que as vantagens foram a contribuição na compreensão dos conteúdos matemáticos, desenvolvimento da habilidade de pesquisa observando o contexto sociocultural, a significação das atividades escolares, o envolvimento dos alunos, o relacionamento e o

desempenho. Assim os alunos participantes desta investigação demonstraram características idênticas as encontradas por Blum, apud Barbosa (2003a) e Bassanezi, apud Barbosa (2004b) que são: motivação, facilitador da aprendizagem, aplicação da matemática em diversas situações, desenvolvimento de habilidades para a investigação e compreensão sociocultural da matemática.

## 5. REFLEXÕES FINAIS

Esta investigação teve início com os anseios e inquietações surgidas, durante a minha prática docente no ensino de Matemática e de Estatística, na educação básica e superior. Ao iniciar o curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática tive a oportunidade de estar em contato com literaturas e com o grupo de professores e colegas que me auxiliaram na reflexão e a formular a questão para a investigação: a metodologia da Modelagem Matemática contribui para uma aprendizagem significativa e contextualizada de conceitos de matemática e estatística em um curso de licenciatura? A expectativa era refletir sobre as contribuições da Modelagem Matemática para aprendizagem significativa e contextualizada num curso de formação de professores que se desenvolveu no contexto do curso de Licenciatura em Matemática da UNIFRA, contando com a participação dos alunos do sétimo semestre, matriculados na disciplina de *Projeto de Pesquisa e extensão em Educação Matemática II*. Na análise e discussão dos resultados, apresentamos os sujeitos participantes da pesquisa, contamos a experiência em ação, interpretamos as atividades e produções dos grupos e a apreciação da experiência pelos sujeitos participantes da pesquisa em relação ao estudo desenvolvido. Para isso, realizamos duas entrevistas: Na primeira fez-se um levantamento do perfil sócio-acadêmico dos alunos e na segunda, de caráter coletivo, realizada ao final da pesquisa, levantou-se a apreciação dos alunos em relação a metodologia empregada, o que nos permitiu cruzar as vozes, pelo fato das respostas terem sido dadas com tranquilidade, discutindo, opinando e complementando a fala um do outro. Este procedimento lembra a metáfora que Zabalza (2004) denomina de coro e é neste espaço de interlocução que todos aprenderam, pois o discurso intersubjetivo possibilita internalização de conhecimentos, atitudes e valores de natureza intra-subjetiva.

Pode-se ter a impressão, por essas reflexões ou pela dissertação, que essa investigação aconteceu de forma gradativa e contínua, mas salientamos que isso se deu ao contrário, acertos e desacertos ocorreram durante todo o processo. As idas e vindas pela literatura, o estudo com os sujeitos da pesquisa, a convivência com o meio acadêmico, os diálogos com a orientadora, as contribuições da banca na apresentação do projeto foram responsáveis pelo crescimento pessoal obtido, podendo afirmar que o desenvolvimento desta investigação me proporcionou uma transformação. E desta forma, a investigação foi desenvolvida e proporcionou-me subsídios para a reflexão sobre a Modelagem Matemática num curso de Licenciatura em Matemática.

A análise e discussão estão embasadas nos objetivos da pesquisa e nos pressupostos teóricos do estudo apresentados no segundo capítulo, ao se tratar de algumas considerações sobre a prática pedagógica e a metodologia de ensino adotada, a Modelagem Matemática. No trabalho pedagógico, houve o entrelaçamento dessas práticas, explicitado no momento em que se tornou necessário inserir questões da prática educativa para desenvolver o método de ensino escolhido, a Modelagem Matemática.

Durante a realização desta investigação, sentimos o que nos escreve Demo (1997), que educar através da pesquisa é um desafio nada fácil, mas agradável, dessa forma, podemos relatar que durante as atividades desenvolvidas, a dedicação dos alunos e professoras foi além do que costumamos presenciar e isso foi sentido e relatado tanto pelas professoras quanto pelos alunos. A interação e a cooperação entre os atores facilitaram a construção do conhecimento.

A escolha do tema de pesquisa pelos grupos despertou o interesse e a curiosidade, favorecendo aos aprendizes conhecimento matemático e estatístico para resolver e validar situações-problema contextualizadas. Depois de um processo de dúvidas, questionamentos, de idas e voltas escolheram como temas a serem investigados: **maconha, transportes urbanos, carro bicombustível e criação de chinchilas.**

O conhecimento no assunto escolhido pelos grupos favoreceu a criticidade e a criatividade, pois pensaram para elaborar as situações-problema e questionaram as hipóteses por eles formuladas, bem como as possíveis soluções e validações e as implicações sociais. Podemos constatar que o número de situações-problema não significou a quantidade ou a qualidade de conteúdos a serem explorados. Foi possível explorar, aprofundar cada situação-problema, dialogando e discutindo com o objetivo de acrescentar conhecimento matemático ou estatístico, aprofundá-los, compará-los e entender a significação social da situação-problema e dos conteúdos abordados.

Observamos que o interesse em elaborar as situações-problema sobre o assunto escolhido pelo grupo, resolvê-las e validá-las e ainda escrever sobre Modelagem Matemática exigiu conhecimento e busca coletiva dos sujeitos da pesquisa, justificando a importância da adoção da Modelagem Matemática como método de ensino ao possibilitar aos alunos da Licenciatura em Matemática uma aprendizagem significativa e contextualizada. Significativa, porque partiu da realidade em que os alunos estavam inseridos, dando sentido aos procedimentos matemáticos e estatísticos que foram utilizados na investigação e compreensão dos problemas elencados uma vez que coube a eles escolherem situações-problema que desejavam resolver. Nesta perspectiva, os alunos passaram a perceber o significado de suas

aprendizagens tornando-as instrumentais para sua compreensão, não só dos conteúdos apropriados, mas principalmente para uma análise contextualizada e compreensiva do mundo em que vivem. Neste contexto os alunos passaram a ser sujeitos ativos de suas aprendizagens no diálogo constante com seus pares e professoras. Contextualizada, pelo fato dos conteúdos matemáticos e estatísticos, trabalhados por eles, não se encontrarem dissociados da realidade sociocultural.

O importante é que forma e conteúdo, por estarem intimamente relacionados, diminuam a possibilidade de um ensino baseado em fórmulas mecanicamente aplicadas em que a compreensão é de natureza fragmentada, rotineira e dissociável de sua aplicabilidade futura a novas situações. Em cada tema apresentado, os alunos enunciaram algumas situações-problema e as solucionaram. E mais do que os procedimentos matemáticos e estatísticos utilizados, foram capazes de explicar por escrito o processo de investigação utilizado e seus respectivos resultados. Desta forma, matemática e estatística estiveram a serviço do contexto concreto da vida e foram associadas a procedimentos de produção textual, indispensáveis ao aluno de graduação.

A própria Modelagem Matemática, por sua natureza, envolve uma aprendizagem significativa e contextualizada, tendo em vista as situações reais da vida.

Ao realizar esta investigação propusemo-nos não apenas a justificar uma metodologia que tornasse os aprendizes sujeitos capazes de tomar decisões, a partir da problematização da realidade do mundo em que vivem, mas também procuramos enfatizar a necessidade de uma formação inicial e continuada de professores que possibilite acesso a ambientes de pesquisa. A formação do formador é vista como indispensável à construção de um espaço de aprendizagem significativa e contextualizada em que formadores e alunos estejam envolvidos em aprender através da pesquisa e da experimentação. A Modelagem Matemática, dentro dessa visão, além de ser um método de ensino, possibilita ao professor construir seu próprio processo de aprendizagem docente, problematizando sua prática.

Refletimos sobre nossa prática pedagógica e sobre a formação nas licenciaturas, especialmente, nos momentos em que nós professoras sentíamos dúvidas se nossos alunos conseguiriam realizar o que tínhamos proposto ou ao percebermos que não sabíamos o que os alunos iriam perguntar e nem sobre o assunto. Nesses momentos, também tivemos a certeza que optamos por estar na zona de risco, como argumentam Barbosa (2005) e Skovsmose (2000). Percebemos que aceitar o risco é uma das mudanças significativas para sair do “dar aulas” para o “fazer aulas” que Anastasiou (2003) prega. Percebemos também que tanto nós, professoras, quanto os alunos estávamos aprendendo e como foi difícil adotar uma nova

postura de ser professor e de ser aluno ou quando percebemos que o acadêmico de Matemática apresentava dificuldades para elaborar situações-problema, pois se preocupava mais com a matemática do que com a situação que o envolvia ou quando nos questionamos que precisávamos saber como desenvolver um trabalho dessa natureza (Modelagem Matemática) em turmas com quarenta alunos, por exemplo. Essas situações nos remeteram a problemática da formação de professores, achados das pesquisas de Isaia (2003) e de Isaia e Bolzan (2006) que argumentam que os professores não tem consciência de que formam professores e permanecem centrados no conteúdo específico.

Durante a pesquisa, percebemos que ocorreram mudanças significativas nas atitudes e habilidades dos sujeitos participantes, porém essas mudanças não aconteceram de imediato e nem foram simultâneas a todos. Concordamos com Zabalza (2004, p. 195) que “[...] os alunos aprendem por meio de um processo que vai enriquecendo progressivamente os conhecimentos que já tinham” e essa aprendizagem vai modificando o conhecimento do aprendiz e favorecendo a sua formação.

Percebemos que o ambiente de Modelagem Matemática em um curso de licenciatura despertou o interesse e a motivação para estudar conteúdos matemáticos ou estatísticos contextualizados, bem como atitudes positivas em relação a matemática, opinião partilhadas por autores como Burak (2004); Biembengut e Hein (2003) e Caldeira (2004). O entendimento da realidade e análise crítica do contexto estudado, citado por Bassanezi (2002), Bisognin, Bisognin e Rays (2004) e Caldeira (2004), a dedicação dos alunos nos processos investigativos proporcionada pela contextualização das situações-problema que os envolvia e a significação dos conteúdos desenvolvidos e também a construção e a assimilação de saberes são fatores positivos que merecem ser elencados.

Como pontos que apresentaram dificuldades nessa investigação, podemos salientar a disponibilidade de tempo tanto do professor quanto dos alunos para o desenvolvimento dos trabalhos em sala de aula e extraclasse. Por exemplo, nesse estudo foram tratados quatro temas ao mesmo tempo e isso dificulta o atendimento individualizado a cada aluno ou grupo. Também, a falta de autonomia dos sujeitos da pesquisa percebidos no processo inicial, mas que foram contornadas com o desenrolar das atividades.

Reportando-se ao problema da presente pesquisa e com as constatações mencionadas anteriormente, ousamos afirmar que a metodologia da Modelagem Matemática contribui para uma aprendizagem significativa e contextualizada de conceitos de matemática e estatística em um curso de licenciatura.

Julgamos oportuno citar as palavras de Masetto (2001) ao apontar que a socialização desse estudo mantém viva a esperança de que outros educadores sintam-se motivados a modificar sua prática docente e a contribuir com a educação. As idéias aqui postas, representam um estudo, a fim de nutrir nossa própria prática. Sabemos que esse processo encontra-se inacabado e envolto num ciclo de construções, por isso, procuraremos dar continuidade a investigação sobre a Modelagem Matemática ao exercer a prática docente.

A satisfação pela oportunidade de refletir sobre as contribuições da Modelagem Matemática para uma aprendizagem significativa e contextualizada e os conhecimentos adquiridos, dão a certeza de que aprofundar essa investigação é dar continuidade a própria formação.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES-MAZZOTTI, Alda Judth. O planejamento de pesquisas qualitativas. In: ALVES-MAZZOTTI, A: J.; GEWANDSNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais: Pesquisa Quantitativa e Qualitativa**. 2ª ed. São Paulo: Pioneira, 1999.

ANASTASIOU, Lea das Graças Camargos; ALVES, Leonir Pessate. Estratégias de Ensino. In: ANASTASIOU, Lea das Graças Camargos; ALVES, Leonir Pessate (orgs). **Processos de Ensino na Universidade: pressupostos para as estratégias de trabalho em aula**. Joinville, SC: UNIVILE, 2003.

ARAÚJO, Jussara de Loiola; BORBA, Marcelo de Carvalho. Construindo pesquisas coletivamente em Educação Matemática. In: BORBA, Marcelo de carvalho e Araújo, Jussara de Loiola (orgs). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem na Educação Matemática: Contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24, 2001 Caxambu. **Anais**. Caxambu: ANPED, 2001a. 1a CD-ROM.

\_\_\_\_\_. Modelagem Matemática e os professores: a questão de formação. **Bolema**, Rio Claro, n.15 p.5-23, 2001b.

\_\_\_\_\_. **Modelagem Matemática: Concepções e experiências de futuros professores**. Rio Claro: UNESP, 2001. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual de São Paulo, 2001c.

\_\_\_\_\_. Modelagem Matemática na sala de aula. **Perspectiva**, Erechim (RS), v. 27, n. 98, p 65-74, junho 2003a.

\_\_\_\_\_. Modelagem Matemática e a Perspectiva sócio-crítica. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2, 2003 b, **Anais**. Santos, São Paulo: SBEM, 2003. 1 CD-ROM.

\_\_\_\_\_. Modelagem Matemática na sala de aula. In: VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1. 2004, Recife. **Anais**. Recife: UFP, 2004 a. 1 CD-ROM.

\_\_\_\_\_. Modelagem na Educação Matemática: Uma perspectiva. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1. 2004b, Londrina. **Anais**. Londrina: UEL, 2004. 1 CD-ROM.

\_\_\_\_\_. **Modelagem Matemática**. Notas de palestra. Mestrado Profissionalizante de Física e de Matemática. UNIFRA. Santa Maria - RS. 2005

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, Maria Salet e HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no ensino**. 3ª ed. São Paulo: Contexto, 2003.

BISOGNIN, Eleni; BISOGNIN, Vanilde; RAYS, Osvaldo Alonso. Modelo matemático da Concentração de cocaína no organismo humano: Modelagem Matemática no ensino de Matemática. In: **Educação Matemática em revista - RS**, nº. 6, 2004, Ano VI. SBEM, RS.

BISOGNIN, Eleni; BISOGNIN, Vanilde. O ensino de Matemática em Santa Maria: o pioneirismo de Maria Augusta Silveira Neto. In: Quadros, Claudemir de (Org.). **Histórias e memórias dos 50 anos dos cursos de formação de professores do Centro Universitário Franciscano de Santa Maria** – Santa Maria: UNIFRA, 2005.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática**, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. MEC/SEMT, 1999.

BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática: Uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série**. Rio Claro: UNESP, 1987. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista ‘Julio Mesquita Filho’, 1987.

\_\_\_\_\_. Modelagem Matemática e a sala de aula. In: Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, 1., 2004, Londrina. **Anais**. Londrina: UEL, 2004. 1 CD-ROM.

CABRAL, Tânia Cristina Baptista; BALDINO, Roberto Ribeiro. **Promover avaliando o quê?** Notas da Mesa Temática proferida no IX EGEM - Encontro Gaúcho de Educação Matemática. UCS. Caxias do Sul, 2006.

CALDEIRA, Ademir Donizeti. Modelagem Matemática e a prática dos professores do Ensino Fundamental e Médio. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2004, Londrina. **Anais**. Londrina: UEL, 2004. 1 CD-ROM.

CARGNIN STIELER, Marinez. Contextualizando o ensino de estatística. In: RAYS, Osvaldo Alonso (org.). **Educação Matemática e Física: subsídios para a prática pedagógica**. Santa Maria: UNIFRA, 2006.

CHIZZOTTI, Antonio. Metodologia do ensino superior: o ensino com pesquisa. In: CASTANHO, Sergio e CASTANHO, Maria Eugênia (orgs). **Temas e textos em metodologia do ensino superior**. Campinas: Papirus, 2001.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Prefácio. In: BORBA, Marcelo Carvalho e ARAÚJO, Jussara de Loiola (orgs). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

DEMO, Pedro. **Pesquisa: princípio científico e educativo**. 9ª ed. São Paulo: Cortez, 1990.

\_\_\_\_\_. **Educar pela pesquisa**. 2ª ed. Campinas, SP: Autores Associados, 1996.

FIDELIS, Reginaldo; ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de. Modelagem Matemática em sala de aula: um estudo. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1. 2004 b, Londrina. **Anais**. Londrina: UEL, 2004. 1 CD-ROM.

FEIL, Iselda Teresinha Sausen. Pesquisa Etnográfica: ainda um mito. **Caderno de Pesquisa** Nº 65. Santa Maria, Programa de Pós-Graduação em Educação. Mestrado, 1995

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Novo Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa**. São Paulo: Melhoramentos, [s.d.].

FERRUZZI, Elaine Cristina. Modelagem Matemática no ensino tecnológico. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2004, Londrina. **Anais**. Londrina: UEL, 2004. 1 CD-ROM.

FREIRE, Paulo; FAUNDEZ, Antonio. **Por uma pedagogia da pergunta**. 2ª ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1985.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa** – 29ª ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GADOTTI, Moacir. **Boniteza de um sonho: ensinar-e-aprender com sentido**. Novo Hamburgo: Feevale, 2003.

GIESTA, Nágilia. Pedagogia Universitária na FURG. In: MOROSINI, Marília Costa (org). **Enciclopédia de pedagogia universitária**. Porto Alegre: FAPERGS/RIES, 2003.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4ª ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GRÁCIO, Maria Cláudia Cabrini e OLIVEIRA, Ely Francisca Tannuri de. O Ensino de Estatística na UNESP/Campus de Marília. In: **Educação Matemática em Revista**. N 17, ano 11.

ISAIA, Silvia Maria de Aguiar. Formação do professor do ensino superior: tramas na tessitura In: MOROSINI, Marília Costa (org). **Enciclopédia de pedagogia universitária**. Porto Alegre: FAPERGS/RIES, 2003.

ISAIA, Silvia Maria de Aguiar; BOLZAN, Doris Pires Vargas. Tessituras dos processos formativos de professores que atuam nas licenciaturas. In: RAYS, Osvaldo Alonso (org.) **Educação Matemática e Física**: subsídios para a prática pedagógica. Santa Maria: UNIFRA, 2006.

JACOBINI, Otávio Roberto e WODEWOTZKI, Maria Lúcia L. A Modelagem Matemática Aplicada no ensino de Estatística em cursos de Graduação. In: **Bolema**. Rio Claro, ano 14, nº 15, 2001.

LOPES, Celi Aparecida Espasandin. Literária estatística e o INAF 2002. In: Fonseca, Maria da Conceição F. R. (org.) **Letramento no Brasil**: Habilidades Matemáticas. São Paulo: Global, 2004.

MASETTO, Marcos T. Atividades pedagógicas no cotidiano da sala de aula universitária: Reflexões e sugestões práticas. In: CASTANHO, Sergio e CASTANHO, Maria Eugênia (orgs). **Temas e textos em metodologia do ensino superior**. Campinas: Papyrus, 2001.

MICHAELIS: **Pequeno dicionário da língua portuguesa**. São Paulo: Melhoramentos, 1998.

OLIVEIRA, Silvio Luiz de. **Tratado de Metodologia Científica**: projetos de pesquisas, TGI, TCC monografias, dissertações e teses. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2002.

**Projeto Pedagógico do Curso de Matemática**. Santa Maria: UNIFRA, 2004

**Projeto Político Institucional**. Santa Maria: UNIFRA, 2002.

RAYS, Osvaldo Alonso. A relação teoria-prática na didática escolar crítica. In: Veiga, I. P.<sup>a</sup> (Org.) **Didática**: o ensino e suas relações. 9<sup>a</sup> ed. Campinas: Papyrus, 1998.

\_\_\_\_\_. Metodologia do ensino: cultura do caminho contextualizado. In: Rays, Osvaldo Alonso (org) **Educação e ensino**: constatações, inquietações e proposições. Santa Maria: Pallotti, 2000.

SACRISTÁN, J. Gimeno. **Poderes instáveis em educação**. Traduzido por Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

SAVIANI, Denerval. **Pedagogia histórico-crítica**: primeiras aproximações. 6<sup>a</sup> ed. Campinas: Autores Associados, 1997.

SKOVSMOSE, Olé. Cenários para Investigação. In: **Bolema**. Rio Claro, ano 13, nº 14, 2000.

\_\_\_\_\_. **Educação matemática crítica**: a questão da democracia. Campinas: Papyrus, 2001.

UNIFRA. **Plano de desenvolvimento institucional:** Diretrizes Político-pedagógicas; 2003-2007. Santa Maria: Centro Universitário Franciscano de Santa Maria, 2002.

UNIFRA. Disponível em: < <http://www.unifra.br> > Acesso em: 26 abr 2006.

WODEWOTZKI, Maria Lucia L; JACOBINI, Otavio Roberto. O ensino de estatística no contexto da educação matemática. In BICUDO, M. A.V.; BORBA, M.C. (orgs.). **Educação Matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004.

ZABALZA, Miguel A. **O ensino universitário:** seu cenário e seus protagonistas. Trad. Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2004.

**ANEXOS**

## ANEXO A - PLANO DE ENSINO



**CENTRO UNIVERSITÁRIO FRANCISCANO**  
**ÁREA: Ciências Naturais e Tecnológicas**

**PLANO DE ENSINO**

<b>1) Identificação</b>	
<b>Disciplina</b>	Projeto de Pesquisa e Extensão em Educação Matemática II
<b>Código</b>	MTM191
<b>Curso</b>	Matemática
<b>Carga horária</b>	30 horas
<b>Semestre letivo</b>	1º / 2006
<b>Professor (a)</b>	Vanilde Bisognin

<b>2) Objetivos da Disciplina</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Elaborar, desenvolver e aplicar projetos de investigação seguindo a metodologia da Modelagem Matemática para os diferentes níveis de ensino.</li> <li>- Oportunizar experiências em projetos de pesquisa e extensão conectados com a prática escolar.</li> </ul>

<b>3) Tema ou Conteúdo</b>
<p><b>Unidade 1 – Metodologia da Modelagem Matemática</b></p> <p>1.1) Modelagem e modelos matemáticos            1.2) Etapas da metodologia de modelagem matemática            1.3) Modelagem Matemática e Resolução de Problemas            1.4) Elaboração de modelos matemáticos utilizando a metodologia da modelagem matemática</p> <p><b>Unidade 2 – Modelagem Matemática em sala de aula</b></p> <p>2.1) Experiências de modelagem em disciplinas de cursos de formação de professores.            2.2) Elaboração de projetos de pesquisa utilizando a metodologia da modelagem matemática e aplicação em sala de aula.</p>

<b>4) Calendário e previsão de atividades</b>	
<b>Mês</b>	<b>Tema / atividade</b>

Março	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Apresentação dos objetivos, metodologia e sistema de avaliação da disciplina</li> <li>• Modelagem e modelos matemáticos</li> <li>• Etapas da metodologia da modelagem matemática</li> <li>• Exemplos de modelos matemáticos</li> </ul>
Abril	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Leitura e discussão de textos de modelagem matemática. Elaboração de resumo escrito.</li> <li>• Construção de modelos matemáticos: escolha do tema</li> <li>• Construção de modelos matemáticos: busca de dados e informações</li> <li>• Construção de modelos matemáticos: análise dos dados e formulação de questões</li> <li>• Construção de modelos matemáticos: elaboração dos modelos de busca de solução</li> <li>• Construção de modelos matemáticos: análise crítica dos modelos obtidos</li> <li>• Avaliação e realidade dos modelos encontrados</li> </ul>
Maio	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Redação de artigo científico</li> <li>• Modelagem como estratégia de ensino-aprendizagem em sala de aula: discussão de textos</li> <li>• Elaboração de projetos de investigação utilizando modelagem matemática</li> </ul>
Junho	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplicação em sala de aula</li> </ul>
Julho	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Avaliação do trabalho realizado em sala de aula.</li> </ul>

### 5) Metodologia de trabalho

O conteúdo programático da disciplina será desenvolvido através de aulas expositivas, trabalhos em grupos, seminários com a participação dos alunos e orientações individuais.

### 6) Critérios de avaliação

A avaliação da aprendizagem será realizada de forma contínua através da análise da participação do aluno em todas as tarefas e das discussões propostas, além da avaliação do projeto proposto e da experiência em sala de aula realizada.

### 7) Bibliografia Básica

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo. Contexto, 2002.

### 8) Bibliografia Complementar

BASSANEZI, R. C. e FERREIRA, Jr. **Equações Diferenciais com Aplicações**. São Paulo. Editora Harbra, 1988.

BATSCHLET, E. **Introdução à Matemática para Biocientistas**. Rio de Janeiro, Interciência, 1975.

BIEMBENGUT, M. S., da SILVA, V. C. HEIN, N. **Ornamentos x Criatividade**: uma alternativa para ensinar geometria plana, Blumenau, Editora da FURB, 1996.

**Observação**: ao longo do trabalho diferentes artigos publicados em revistas especializadas serão indicados para leituras.

## ANEXO B - ARTIGO PRODUZIDO PELO GRUPO UM

**A MODELAGEM MATEMÁTICA E O USO DA MACONHA**

Liliane Rose Refatti<sup>1</sup>  
Vanessa da Silva Chaves<sup>2</sup>  
Marinez Cargnin Stieler<sup>3</sup>  
Vanilde Bisognin<sup>4</sup>

**Resumo**

Neste trabalho utiliza-se a metodologia da Modelagem Matemática como estratégia de ensino na disciplina de Projeto Interdisciplinar do Curso de Licenciatura em Matemática do Centro Universitário Franciscano de Santa Maria. Seguiu-se os passos da Modelagem Matemática que são os seguintes: escolha do tema, pesquisa exploratória, levantamento dos problemas, resolução dos problemas e desenvolvimento da matemática relacionada ao tema, análise crítica das soluções. O tema escolhido foi o consumo da maconha por ser um assunto que preocupa familiares e a sociedade em geral, devido aos seus efeitos nocivos e o alto consumo que se observa entre os jovens. A metodologia da Modelagem Matemática permite a exploração de temas do cotidiano dos alunos o que possibilita, além da exploração de conhecimentos matemáticos também o desenvolvimento de habilidades de investigação, estimulação da criatividade e a autonomia dos alunos. Da experiência realizada conclui-se que a Modelagem Matemática envolve os educadores num trabalho pedagógico estimulante e que possibilita uma aprendizagem significativa. Os conteúdos matemáticos passam a ter significado, pois são tratados a partir de um tema da realidade social dos alunos.

**PALAVRAS-CHAVE:** Modelagem Matemática, Maconha, Ensino-aprendizagem.

**Introdução**

A Modelagem Matemática, como uma metodologia de ensino-aprendizagem, proporciona ao aluno desenvolver problemas envolvendo o conteúdo. Segundo Bassanezi (2002) a Modelagem Matemática no processo de ensino-aprendizagem facilita aos alunos a compreensão de determinados argumentos matemáticos como entender e guardar conceitos e resultados.

---

<sup>1</sup> Aluna do curso de Matemática – UNIFRA - [lilarefatti@yahoo.com.br](mailto:lilarefatti@yahoo.com.br)

<sup>2</sup> Aluna do curso de Matemática – UNIFRA - [vschaves@yahoo.com.br](mailto:vschaves@yahoo.com.br)

<sup>3</sup> Aluna do curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática – UNIFRA - [marinez@unemat.br](mailto:marinez@unemat.br)

<sup>4</sup> Professora do curso de Matemática – UNIFRA - [vanilde@unifra.br](mailto:vanilde@unifra.br)

Segundo Charlot (2000, p.56) “faz sentido para um indivíduo algo que lhe acontece e que tem relações com outras coisas de sua vida, coisas que ele já pensou, questões que ele já se propôs”. Nesse sentido, é importante trabalhar em sala-de-aula com situações reais, que estão vinculadas a realidade social do aluno. Nesta direção acredita-se que a modelagem matemática é uma alternativa metodológica que permite o estudo de conteúdos matemáticos a partir de temas da realidade dos alunos. Isto porque essa metodologia ativa o aluno e possibilita a participação, a interação entre os colegas e professores construindo um ambiente favorável à aprendizagem. Fernandes (1995, p.32) “Aprender Matemática é construir relações matemáticas, negociar os significados matemáticos com os outros, e refletir sobre sua própria atividade matemática” e Fiorentini (1995, p.32) “O aluno aprende significativamente Matemática, quando consegue atribuir sentido e significado às idéias matemáticas – mesmo aquelas mais puras (isto é, abstraídas de uma realidade mais concreta) – e, sobre elas, é capaz de pensar, estabelecer relações, justificar, analisar, discutir e criar”.

Na Modelagem Matemática o papel do educador fica redefinido. Ele passa a ser o mediador entre o conhecimento matemático elaborado e o conhecimento do aluno, ou seja, o aluno é o centro do processo, proporciona ao educando a compreensão, o significado das relações matemáticas tornando a aprendizagem significativa.

A Modelagem Matemática, além de uma alternativa de ensino, é também uma metodologia de pesquisa que permite modelar diversas situações do cotidiano, como por exemplo, os mecanismos que controlam a dinâmica de populações, ou problemas ligados a ecologia, a neurologia, a genética e os processos fisiológicos entre outros. Esse trabalho tem como objetivo utilizar a Modelagem Matemática como metodologia de ensino explorando o tema: consumo de drogas.

Esse tema é motivo de preocupação constante na sociedade brasileira. Essa problematização tem sido apontada como a responsável pela violência urbana, desagregação familiar e delinquência juvenil. Nesse contexto, os estudos sobre o consumo de substâncias psicoativas são muito importantes para uma adequada e efetiva prevenção do uso indevido das mesmas.

## **Metodologia**

Existem diferentes autores que tratam da metodologia da Modelagem Matemática. Entre eles: Bassanezi (2002) e Burak (2004). Neste trabalho seguiu-se as etapas da Modelagem Matemática definidas por Burak que são: escolha do tema; pesquisa exploratória;

levantamento dos problemas; resolução do(s) problemas e o desenvolvimento da matemática relacionado ao tema; análise crítica das soluções.

Escolha do tema: O objetivo do trabalho foi buscar formas de trabalhar a Matemática através de situações-problema a partir do tema: consumo de drogas. Ao trabalhar com a maconha procurou-se conhecer as várias dimensões da mesma tanto no aspecto social como educacional.

Pesquisa exploratória: Na Modelagem Matemática, os conteúdos da Matemática a serem trabalhados são determinados após as pesquisas realizadas. Com ela, pode-se levantar questões e realizar investigações através de um processo reflexivo. Possibilita o desenvolvimento de habilidades gerais de exploração e compreensão do papel sócio-cultural da Matemática. Dessa forma, para realizar um estudo significativo sobre a maconha, fez-se necessário pesquisar em diferentes fontes bibliográficas que envolveram várias áreas do conhecimento. Dentre elas, as ciências humanas, biológicas, naturais e tecnológicas, informática e o uso da internet. Além disso, devido a necessidade da coleta de dados e obtenção de informações foi realizado também uma entrevista de campo em uma delegacia da cidade de Santa Maria - DEFREC.

Levantamento dos problemas; resolução do(s) problemas e o desenvolvimento da matemática relacionado ao tema; análise crítica das soluções: A partir do estudo do tema e diante dos dados coletados partiu-se para a proposição de situações-problema, sua resolução e após a análise crítica das soluções encontradas. Esta etapa permite elucidar o tema proposto e a tomada de decisões a partir dos resultados encontrados. É uma etapa extremamente rica, pois alunos e professores participam ativamente de todo o processo de construção, resolução e análise das respostas das situações-problema.

### **A maconha**

Maconha é o nome dado aqui no Brasil a uma planta chamada cientificamente de Cannabis Sativa, em outros países ela recebe nomes diferentes. A Cannabis Sativa contém aproximadamente 400 substâncias químicas, entre as quais se destacam pelo menos 60 alcalóides conhecidos como “canabinóides” que são os responsáveis pelos seus efeitos psíquicos. Um dos principais canabinóides psicoativo é o Delta 9 tetrahydrocannabinol (Delta-9-THC).

É interessante observar que em países de clima temperado, a concentração de Delta-9-THC é menor em relação aos países de clima quente. O THC não é solúvel em água e por isso

ele não pode ser injetado. A quantidade de THC em uma dose pode variar intensamente de acordo com a procedência da droga e a forma como é consumida.

A Cannabis Sativa tem diferentes formas de preparo. Entre os quais se destacam:

I. O Haxixe que é uma resina com aspecto de uma pasta semi-sólida seca e marrom-escuro, obtida através da compressão das florescências superiores da planta, e moldada em forma de “bolotas” com alta concentração de THC.

II. Maconha ou ”Marijuana” é a mistura de várias partes da planta, principalmente as florescências, as sementes, os talos e as falhas das partes superiores, que são preparadas e secadas.

Nos últimos anos, as estatísticas mostram que a maconha está sempre entre as drogas ilícitas mais consumidas pelos jovens estudantes colegiais e universitários. Normalmente a droga é fumada sob a forma de cigarro e é conhecida por diversos nomes como baseado, fino, fininho, erva, bagana, cibaba, etc. Porém, também pode ser ingerida por via oral. Os efeitos da droga dependem da quantidade absorvida, do tipo de preparação, da via de administração, da sensibilidade da pessoa e do seu estado de espírito no momento do uso.

A maconha causa dependência, mas depende do indivíduo que está consumindo a droga. Esse pode consumir por anos e não se tornar dependente, mas pode consumir algumas vezes e se tornar dependente. Porém, o maior problema, é que a maconha pode vir a ser uma passagem para drogas mais pesadas. A maconha é uma droga perturbadora do sistema nervoso, ou seja, ela altera o funcionamento normal do cérebro provocando fenômenos psíquicos do tipo delírios e alucinações.

Os efeitos farmacológicos pela absorção pulmonar podem demorar de 5 a 10 minutos e apenas 14 segundos para atingir o cérebro. Já a absorção oral pode demorar de 30 a 45 minutos. Alguns pacientes podem exibir os sinais e sintomas de intoxicação dentre 12 a 24 horas, devido à liberação lenta dos canabinóides a partir do tecido adiposo. A meia-vida de uma dose de maconha consumida é de 50 horas.

Os canabinóides possuem elevadas lipossolubilidade, ficando facilmente preso no revestimento surfactante dos pulmões, quando é fumado. Devido à sua lipossolubilidade, acumulam-se principalmente nos órgãos nos quais os níveis de gordura são mais elevados como cérebro, testículos e tecidos adiposos. Pesquisas mostram que seu uso freqüente provoca câncer e modifica a atividade cerebral comprometendo principalmente a capacidade de concentração, memória e aprendizado.

Dentre os malefícios conhecidos causados nos usuários podemos destacar:

I. Em curto prazo, os efeitos comportamentais são:

- Período inicial de euforia (sensação de bem-estar e felicidade e seguido de relaxamento e sonolência);
- Perda da definição de tempo e espaço: o tempo passa mais lentamente e as distâncias são calculadas muito maiores do que realmente são; coordenação motora diminuída: perda do equilíbrio e estabilidade postular;
- Alteração da memória recente. Quanto aos efeitos na memória eles se manifestam principalmente na chamada memória a curto prazo, ou seja, aquela que nos é importante por alguns instantes; falha nas funções intelectuais e cognitivas; os batimentos cardíacos e a pressão arterial aumentam; os olhos ficam vermelhos e as pupilas se dilatam; a boca seca e o apetite (especialmente por doces) aumentam;
- Maior fluxo de idéias. Idéias confusas, dificultando a comunicação oral, a concentração, o aprendizado e o desenvolvimento intelectual;

II. Doses mais altas podem levar a:

- Alucinações, ilusões e paranóias, pensamentos confusos e desorganizados;
- Ansiedade e angústia que podem levar ao pânico, medo da morte, despersonalização;
- Sensação de extremidades pesadas; incapacidade para o ato sexual (até impotência).

III. A longo prazo a extensão dos danos bem caracterizados se restringem ao sistema pulmonar e cardiovascular.

- Maior risco de desenvolver câncer de pulmão, pois a fumaça da maconha pode causar irritação, gerando problemas que vão desde bronquites até cânceres e enfisemas pulmonares; diminuição das defesas, facilitando infecções; dor de garganta e tosse crônica, aumenta os riscos de isquemia cardíaca; aumento dos batimentos cardíacos (140/160 por minuto, quando o normal é 80/100); a mulher que amamenta passa as toxinas da drogas para a criança através do leite materno. O uso contínuo da maconha interfere na capacidade de aprendizagem e memorização.

Segundo informações do médico psiquiatra Dr. Rodrigo Marot, o Delta-9-THC, no sistema imunológico, prejudica a produção de células de defesa no baço, medula óssea e timo. Já no sistema cardiovascular, provoca a aceleração do batimento cardíaco e diminuição da pressão arterial, além de diminuir a capacidade de coagulação do sangue.

Não existe relato na literatura médica de casos de morte pelo uso da maconha diretamente, mas o usuário pode sofrer acidentes depois de ter consumido, uma vez que se sabe que a maconha causa desorganização mental e alteração da percepção tempo-espacial.

## Problematização

A partir das informações e dados obtidos propomos várias situações-problema com o objetivo de elucidar o tema proposto e explorar a matemática relacionada.

### Situação-problema 1

Qual a quantidade de concentração de maconha no organismo, com o passar do tempo, se um indivíduo ingerir 500 mg (equivalente a um cigarro comum), de forma pulmonar considerando-se a meia-vida.

Vamos construir a tabela do tempo de permanência da droga no organismo (considerando a meia-vida) e a quantidade ingerida. De acordo com os dados obtidos a meia-vida é de 50 horas.

TABELA 1: Concentração da maconha no organismo

Tempo T (em horas)	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700	750
Quantidade ingerida C(t) em mg	500	250	125	62,5	31,2	15,6	7,81	3,9	1,95	0,97	0,48	0,24	0,12	0,06	0,03	0,01

A situação acima é representada pelo gráfico abaixo:

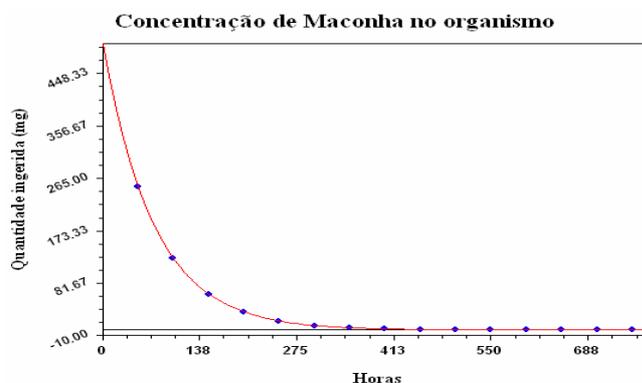


Figura 1

**Análise da solução:** Analisando a tabela e o gráfico percebe-se que ao ingerir uma dose de 500 mg, a mesma leva aproximadamente 30 dias para que o princípio ativo da maconha seja eliminado totalmente do organismo de um indivíduo. Esta dose de 500 mg é considerada pequena e se consumida diariamente um indivíduo permanecerá sempre em quantidade crescente com a maconha intoxicando seu organismo.

## Situação-problema 2

Supondo que um usuário crônico de drogas fume diariamente 5 cigarros de maconha contendo 500 mg cada um. Sabendo-se também que a concentração de THC de cada cigarro é de 1%, qual é a concentração no organismo do usuário com o passar do tempo?

A tabela a seguir mostra a concentração de THC no organismo desse indivíduo com o passar do tempo.

TABELA 2: Concentração de THC

Dia	T <sub>0</sub>	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>5</sub>	T <sub>6</sub>	T <sub>7</sub>	T <sub>8</sub>	T <sub>9</sub>	T <sub>10</sub>
Cigarro	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
THC (mg)	25	25+T <sub>0</sub> = 50	25+T <sub>1</sub> = 75	25+T <sub>2</sub> = 100	25+T <sub>3</sub> = 125	25+T <sub>4</sub> = 150	25+T <sub>5</sub> = 175	25+T <sub>6</sub> = 200	25+T <sub>7</sub> = 225	25+T <sub>8</sub> = 250	25+T <sub>9</sub> = 275

Observando-se a tabela, o modelo matemático que descreve essa situação é dado por:

No 1º dia o indivíduo absorve 25mg de maconha, ou seja,  $T_0 = 25\text{mg}$ .

No 2º dia o indivíduo absorve,  $T_1 = T_0 + 25 = 50\text{mg}$ .

No 3º dia o indivíduo absorve,  $T_2 = T_1 + 25 = 75\text{mg}$ .

Ou seja, no n-ésimo dia tem-se,  $T_n = T_{n-1} + 25$ , onde n é o tempo medido em dias.

**Análise da solução:** Em 10 dias esse indivíduo, possuirá em seu organismo um total de 275 mg de THC. Com o passar do tempo aumentará a concentração de THC, levando, no organismo futuramente, este indivíduo a ter sérios problemas cardiovasculares ou até mesmo desenvolver um câncer de pulmão entre outras doenças. Isso se dá devido ao alto índice de concentração de THC no organismo a cada cigarro que é fumado.

Graficamente, tem-se:

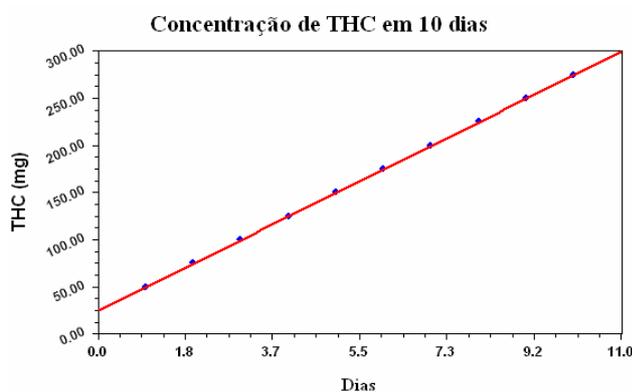


Figura 2

Ou seja, com o passar do tempo percebe-se que a concentração de THC no organismo cresce linearmente.

### Situação-problema 3

Considerando que a maconha é eliminada do organismo com o passar do tempo. Qual é o modelo matemático da concentração do THC considerando-se a mesma situação anterior e a meia-vida? Neste caso tem-se o modelo:

$$T_n = \frac{T_{n-1}}{2} + 25$$

Tendo em vista esse modelo, pode-se determinar a seguinte tabela:

TABELA 3: Concentração de THC

Dias	T <sub>0</sub>	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>5</sub>	T <sub>6</sub>	T <sub>7</sub>	T <sub>8</sub>	T <sub>9</sub>	T <sub>10</sub>
Concentração de THC (mg)	25	37,5	43,8	46,9	48,4	49,2	49,6	49,8	49,9	50	50

Geometricamente tem-se:

Concentração de THC considerando a meia-vida

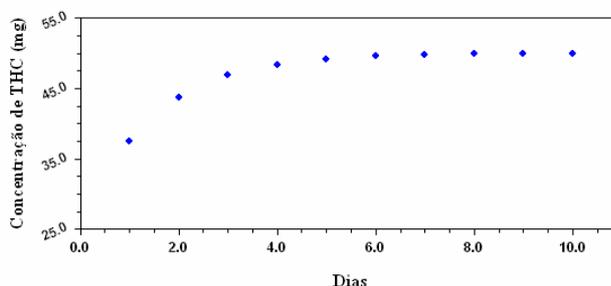


Figura 3

**Análise da solução:** Observa-se que o nível de concentração do THC no organismo, considerando a meia-vida, atinge um ponto de equilíbrio igual a 50 mg. Esta quantidade de THC permanece no organismo ao longo do tempo. Continuando com este processo de fumar esta quantidade de cigarro diariamente o indivíduo estará sempre com uma alta intoxicação.

### Situação-problema 4

Considerando os dados coletados da CEBRID, 2000 que fornece a percentagem de estudantes usuários de drogas do Brasil. É possível fazer uma previsão da percentagem de estudantes que serão usuários de drogas com o passar do tempo?

TABELA 4: Percentual de estudantes que consomem maconha

Ano	1987	1989	1993	1997
%	2,8	3,4	4,5	7,5

Fonte: CEBRID, 2000.

Com base na tabela acima construiu-se a seguinte tabela:

TABELA 5: Percentual de estudantes que consomem maconha de 1987 até 2006

Anos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
%	2,8	3,0	3,4	3,5	3,7	4,1	4,5	5,2	5,8	6,6
Anos	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
%	7,5	8,3	9,3	10,4	11,5	12,8	14,1	15,5	17,0	18,5

Através da utilização do software Curve Expert tem-se, o seguinte gráfico que descreve a situação dos dados acima no período de 1987 a 2006.

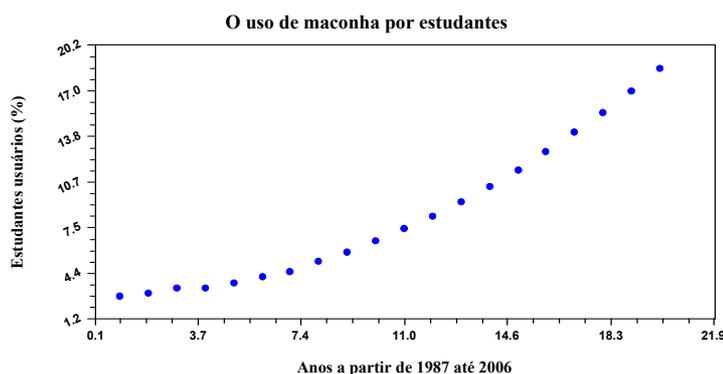


Figura 4

O modelo matemático que descreve esta situação é dado por .

$$y = 0,412x^2 - 0,041x + 2,9224$$

**Análise da solução:** De acordo com os dados da tabela acima e levando em consideração o modelo aproximado obtido pode-se fazer uma previsão do número de estudantes usuários de maconha para o ano de 2006. Por esse modelo, se nada for feito até o final de 2006, tem-se um percentual maior de estudantes consumidores de maconha, em torno de 19 % de estudantes usuários desta droga.

### Considerações finais

No decorrer da construção dos modelos matemáticos envolvendo o tema: consumo de maconha percebeu-se que os efeitos comportamentais da inalação da fumaça da Cannabis em humanos são complexos e dependem de muitas variáveis (personalidade, ambiente, expectativa do usuário, etc.).

Em trabalhos como esse é possível motivar os educandos para uma aprendizagem mais significativa. Com a Modelagem Matemática é possível discutir o papel da Matemática nas relações sociais e envolver o educando com temas da realidade deles e discuti-los auxiliando na construção da cidadania.

### **Referências Bibliográficas**

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática e a sala de aula**. In: Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, 1, 2004, Londrina. Anais. Londrina: UEL, 2004. 1 CD-ROM.

FERNANDES, Elsa. **Fazer Matemática compreendendo e compreender Matemática fazendo**: A apropriação de artefactos da Matemática escolar. Quadrante, vol. 9. nº 1. 2000.

FIorentini, D. Alguns Modos de Ver e Conceber o Ensino da Matemática no Brasil Zetetiké. Ano 3 – nº 4. 1995.

## ANEXO C - ARTIGO PRODUZIDO PELO GRUPO DOIS

**Modelagem Matemática no Transporte Urbano de Santa Maria**

Dionéia Migotto<sup>5</sup>  
Simone Ferrari Piovesan<sup>6</sup>  
Marinez Cargin Stielor<sup>7</sup>  
Vanilde Bisognin<sup>8</sup>

**Resumo**

Neste trabalho utiliza-se a metodologia da Modelagem Matemática como estratégia para o ensino de Matemática. Essa metodologia é utilizada para descrever o estudo de questões relacionadas ao tema: tarifa de ônibus urbano na cidade de Santa Maria. Foram construídos modelos matemáticos referentes à previsão de lucro mensal de uma empresa de ônibus, levando-se em consideração os dados obtidos em jornais, revistas e internet sobre o valor da passagem, número de passageiros que pagam passagem integral, parcial e número de pessoas isentos. Para a realização do trabalho seguiu-se os passos da Modelagem Matemática que são os seguintes: escolha do tema, pesquisa exploratória, levantamento de problemas, resolução dos problemas e desenvolvimento da matemática relacionada ao tema, análise crítica das soluções. Conclui-se, da experiência realizada, que a Modelagem Matemática quando utilizada como uma metodologia de ensino, permite forte integração entre alunos e professores possibilitando que os alunos sejam responsáveis pela aprendizagem. A experiência vivenciada permitiu que os alunos adquirissem autonomia, frente ao estudo de conteúdos matemáticos, adquirissem habilidades de formulação e resolução de problemas e realizassem análises críticas das soluções. Nesse sentido, a Modelagem Matemática, faz com que os alunos vejam sentido nos conteúdos matemáticos estudados uma vez que o ponto de partida é o cotidiano dos mesmos.

**Palavras-chave:** Educação Matemática - Modelos Matemáticos - Tarifas de ônibus.

---

<sup>5</sup> Aluna do Curso de Matemática – UNIFRA – dioneia.migotto@bol.com.br

<sup>6</sup> Aluna do Curso de Matemática – UNIFRA - simarpiovesan@bol.com.br

<sup>7</sup> Aluna do Curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática – UNIFRA – marinez@unemat.br

<sup>8</sup> Professora do Curso de Matemática – UNIFRA – vanilde@unifra.br

## **Introdução**

O comportamento do ser humano reflete a maturação e os efeitos cumulativos da aprendizagem. À medida que o indivíduo cresce, ele desenvolve suas capacidades, que resultam da interação de um organismo em mudança com o ambiente também em contínua mudança.

O mundo está em constante mudança, dado o grande e rápido desenvolvimento da tecnologia. Máquinas de calcular, computadores, internet, etc. são assuntos do dia-a-dia, e todos eles têm ligações estreitas com a Matemática. Para acompanhar esta rápida mudança, os alunos precisam ter uma formação matemática que os leve a adquirir capacidade e gosto de pensar matematicamente.

Pesquisadores de diversas áreas vêm analisando a forma como as instituições educacionais trabalham os conteúdos matemáticos. Percebe-se que a aprendizagem baseada em exposição de conteúdos, seguida de alguns exercícios como exemplos e listas de exercícios repetitivos nos mesmos moldes, não respondem às exigências do mundo atual e não contribui para uma melhor compreensão da Matemática. Nesse, sentido faz-se necessário utilizar alternativas metodológicas para o ensino de Matemática.

Uma das alternativas que viabiliza a interação da matemática com a realidade é a Modelagem Matemática. De acordo com Barbosa (2001), “A Modelagem Matemática é um ambiente de aprendizagem nos quais os alunos são convidados a indagar ou investigar por meio da matemática, situações com referência na realidade”. Assim, a Modelagem Matemática permite criar um ambiente de aprendizagem em que alunos e professores podem discutir e questionar fenômenos (naturais, sociais, culturais e políticos) por meio da matemática, ou seja, tornar visível o papel da matemática na vida social. Desse modo, a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica não se dá mais no sentido único do professor para o aluno, mas ocorrerá na interação entre o aluno, o professor e o ambiente em que vivem.

A proposta do presente trabalho consiste em mostrar que por meio de modelos matemáticos os alunos têm a oportunidade de apropriar-se de conhecimentos diversos relativos ao problema e a matemática envolvida na obtenção do modelo. O tema escolhido foi às tarifas de ônibus urbanos na cidade de Santa Maria. Justifica-se a escolha do tema dada às polêmicas discussões publicadas em jornais da cidade, com relação ao aumento dessa tarifa nos últimos dias.

## **Metodologia da Modelagem Matemática**

A Modelagem Matemática é vista como estratégia de ensino e aprendizagem na disciplina de Matemática, por adotar uma metodologia diferenciada das convencionalmente utilizadas pela maioria dos educadores. Essa metodologia pressupõe o ensino pela pesquisa, possibilitando que se tragam para a sala de aula os mais diversos temas possíveis, sempre vinculados à realidade do aluno.

Para a realização das atividades propostas, seguiremos as etapas descritivas por Burak (2004) para a utilização da metodologia de Modelagem Matemática. O autor considera cinco etapas para o desenvolvimento das atividades em situações de Modelagem Matemática: escolha do tema; pesquisa exploratória; levantamento dos problemas; resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento da matemática relacionada ao tema; e análise crítica da(s) solução (es).

Num primeiro momento, faz-se um levantamento de possíveis situações de estudo as quais devem ser, preferencialmente, abrangentes para que possam propiciar questionamentos em várias direções. Passada a fase inicial, onde a ênfase foi dada à pesquisa, passa-se para a discussão do tema, onde todos os alunos devem ter a oportunidade de expor seus conhecimentos, suas idéias e opiniões.

Uma vez escolhido o tema, o próximo passo é buscar informações relacionadas com o assunto. A coleta de dados qualitativos ou numéricos pode ser efetuada através de entrevistas e pesquisas executadas com os métodos de amostragem aleatória, de pesquisa bibliográfica, utilizando dados já obtidos e catalogados em livros e revistas especializadas.

Na 3<sup>o</sup> etapa, trabalha-se a problematização ou formulação dos problemas que devem ser explicitados de forma clara, compreensível e operacional. Desta forma, um problema se constitui em uma pergunta científica quando explicita a relação entre as variáveis ou fatos envolvidos no fenômeno.

Enquanto que a escolha do tema de uma pesquisa pode ser uma proposta abrangente, a formulação de um problema é mais específica e indica exatamente o que se pretende resolver. O objetivo principal deste momento do processo de modelar é chegar a um conjunto de expressões aritméticas ou fórmulas, ou equações algébricas, ou gráfico, ou representações, ou programa computacional, que levem à solução ou permitam a dedução de uma solução.

Os problemas elaborados, com base nos dados coletados, determinarão os conteúdos a serem trabalhados. Além de aplicar conhecimentos já adquiridos, como tradicionalmente tem sido assinalado, há a possibilidade de os alunos adquirirem novos conhecimentos durante o

próprio trabalho de Modelagem (Tarp, 2001). Dessa forma, ganha sentido e significado cada conteúdo matemático usado na busca da solução do problema ou dos problemas. É nessa etapa que se oportuniza a construção dos modelos matemáticos que, embora simples, se constituem em momentos privilegiados e ricos para a formação do pensar matemático.

Uma vez formulada a situação-problema, passa-se à resolução ou análise com o “ferramental” matemático que se dispõe. O computador pode ser um instrumento imprescindível, especialmente em situações em que não foi possível resolvê-la por processos contínuos, obtendo-se resultados aproximados por processos discretos (Biembengut, 2002).

Na última etapa, é necessário fazer uma avaliação para verificar em que nível ele se aproxima da situação representada e, ainda verificar o grau de confiabilidade na sua utilização, ou seja, se o modelo permite seu uso para outras situações análogas.

Se o problema não atender às necessidades que o geraram, o processo deve ser retomado na terceira etapa, mudando-se ou ajustando a sua formulação.

É importante, ao concluir o modelo, a elaboração de um relatório que registrem todas as facetas do desenvolvimento, a fim de propiciar o seu uso de forma adequada (Biembengut, 2003).

Nessa perspectiva, a Modelagem, como uma alternativa pedagógica para o ensino de Matemática, vem ao encontro das expectativas dos estudantes, pois procura oferecer a interação com o seu meio ambiente, uma vez que tem o ponto de partida no cotidiano do aluno. Quando o aluno vê sentido naquilo que estuda, em função da satisfação das suas necessidades e de seus interesses, da realização dos seus objetivos, não haverá desinteresse, pois trabalha com entusiasmo e perseverança. Esse interesse é importante, pois dá início à formação de atitudes positivas em relação à Matemática (Burak, 2004).

### **A polêmica do aumento da tarifa de ônibus urbano em Santa Maria**

O valor da tarifa de ônibus em Santa Maria no mês de março de 2006 é de R\$ 1,60. Mas segundo informações e notícias de jornais, virá um novo aumento das tarifas de ônibus do transporte coletivo.

Cada vez que se fala em aumento de tarifas, ocorre uma grande discussão em torno do assunto. Isso se dá pelo fato, de várias pessoas e entidades participarem do cálculo dessa tarifa e da sua aprovação.

Quando se propõem um aumento da tarifa, deve-se justificá-lo. Na cidade de Santa Maria o cálculo da tarifa é repensado primeiramente pela administração Municipal, que leva

em conta um estudo completo sobre as condições do sistema de transporte coletivo urbano. Neste estudo, foi constatado que deve haver uma melhor operacionalização de questões relacionadas a excessos de oferta e falta de demanda em alguns horários, os quais podem influenciar diretamente no preço da tarifa.

A Associação de Transportes Urbanos (ATU), também defende o aumento da tarifa alegando que de 2005 para 2006, o número de passageiros diminuiu sensivelmente em função da greve da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) e que o salário também subiu, fazendo com que o cálculo da tarifa se modifique levando em conta esses dados.

Segundo dados do jornal A RAZÃO do dia 28 de março de 2006, Edmilson Gabardo atual presidente da ATU (Associação dos Transportes Urbanos) divulgou números relativos a outubro de 2005 que, segundo empresários do setor, contribuem para a elaboração do cálculo da planilha do transporte coletivo urbano, os quais são:

- Passageiros transportados: 3,1 milhão (100% da demanda)
- Pagantes: 1,75 milhão (56% da demanda)
- Estudantes (50% de desconto): 650 mil (21% da demanda)
- Idosos (gratuidade): 550 mil (17% da demanda)
- Demais gratuidades - deficientes, acompanhantes, policiais militares, carteiros, fiscais e estafetas do Município: 180 mil (6% da demanda)

Tendo como base os dados apontados pela ATU, elaborou-se situações-problema relacionadas ao tema.

### **Situação-problema 1:**

Segundo dados do jornal A RAZÃO, 28 de março de 2006, o lucro dos empresários proprietários dos ônibus é de 12% ao mês. Considerando o número de passageiros transportados mensalmente pelas empresas de ônibus de Santa Maria, e que pagam passagem integral ou parcial, qual é a previsão de lucro mensal, considerando o valor da passagem:

- e) R\$ 1,57 (valor defendido pelo economista da UFSM)
- f) R\$ 1,60 (valor atual)
- g) R\$ 1,80 (valor defendido pela prefeitura)
- h) R\$ 2,00 (valor defendido pela ATU).

Caso I) Considerando o fato de que todas as pessoas pagam passagem integral.

$$\text{TOTAL MENSAL ARRECADADO} = \text{NÚMERO DE PASSAGEIROS QUE PAGAM PASSAGEM INTEGRAL} \times \text{PREÇO DA PASSAGEM}$$

$$T_1 = PP_x X$$

LUCRO = TAXA DE LUCRO  $\times$  TOTAL MENSAL ARRECADADO

$$L_1 = \frac{12}{100} \cdot T_1 \Rightarrow L_1 = 0,12 \cdot T_1$$

Para cada caso tem-se:

a)  $T_1 = 2.747.500,00$        $L_1 = 329.700,00$

b)  $T_1 = 2.800.000,00$        $L_1 = 336.000,00$

c)  $T_1 = 3.150.000,00$        $L_1 = 378.000,00$

d)  $T_1 = 3.500.000,00$        $L_1 = 420.000,00$

Caso II) Considerando o fato das pessoas que pagam passagem parcial.

TOTAL MENSAL ARRECADADO = NÚMERO DE PASSAGEIROS QUE PAGAM PASSAGEM PARCIAL  $\cdot$  PREÇO DA PASSAGEM.

$$T_2 = PE \cdot \frac{X}{2}$$

LUCRO = TAXA DE LUCRO  $\times$  TOTAL MENSAL ARRECADADO

$$L_2 = \frac{12}{100} \cdot T_2 \Rightarrow L_2 = 0,12 \cdot T_2$$

Ou seja, para cada caso segue que:

a)  $T_2 = 510.250,00$        $L_2 = 61.230,00$

b)  $T_2 = 520.000,00$        $L_2 = 62.400,00$

c)  $T_2 = 585.000,00$        $L_2 = 70.200,00$

d)  $T_2 = 65.000,00$        $L_2 = 78.000,00$

Caso III) Considerando o fato das pessoas que pagam passagem integral e parcial.

LUCRO FINAL MENSAL = LUCRO<sub>1</sub> + LUCRO<sub>2</sub>

$$L = L_1 + L_2$$

i) Lucro Total no caso do preço da passagem ser R\$ 1,57.

$$L = 39.930,00$$

ii) Lucro Total no caso do preço da passagem ser R\$ 1,60.

$$L = 398.400,00$$

iii) Lucro Total no caso do preço da passagem ser R\$ 1,80.

$$L = 448.200,00$$

iv) Lucro Total no caso do preço da passagem ser R\$ 2,00.

$$L = 498.000,00$$

Considerando o valor da passagem R\$ 1,60 a ATU obtém um lucro mensal de R\$ 398.400,00 se o valor da passagem aumentasse para R\$ 2,00 o lucro dos empresários aumentaria aproximadamente R\$ 100.000,00 por mês. A pergunta que podemos colocar é a seguinte: este lucro é repassado para a melhoria salarial dos empregados? É repassado para a melhoria das frotas de ônibus? É repassado para a melhoria da oferta dos serviços prestados aos usuários?

### Situação-problema 2:

Considerando o fato da empresa de ônibus trabalhar com o lucro fixo mensal de R\$ 398.400,00 (valor atual de a passagem ser R\$ 1,60) e de todas as pessoas pagarem passagem como sugerem os empresários. Qual seria o valor da passagem?

$$L = T_x \text{ taxa}$$

$$L = PP_x X_x 0,12, \text{ ou seja}$$

$$X = 1,07 \text{ ou } x \cong 1,10$$

Devido, a dificuldade de troco, a passagem será cobrada no valor de R\$ 1,10.

Com este valor da passagem o lucro é de R\$ 409.200,00 um valor ainda maior do que o lucro já obtido, será então que é necessário tirar as gratuidades ou diminuir o lucro já obtido?

Quanto eles estarão lucrando, com esse arredondamento além dos R\$ 398.400,00?

$$L_2 = \text{taxa } PP. X$$

$$L_2 = 409.200,00 \text{ e}$$

$$L_2 - L_1 = 10.800,00$$

Eles lucram R\$ 10.800,00 com a diferença de R\$ 0,03 por cada passagem num mês. Se esse lucro de R\$ 10.800,00 fosse revertido em gratuidades teríamos 9.818 pessoas beneficiadas.

$$\frac{10.800}{1,10} = 9.818 \text{ pessoas.}$$

**Situação-problema 3:**

Um professor em início de carreira, utiliza 2 passagens de ônibus diariamente, trabalhando 25 dias por mês. A fim de comprar uma motocicleta, resolveu ir caminhando para o trabalho poupando diariamente os valores das passagens e colocando este valor em uma Caderneta de Poupança com taxa de juros igual a 0,7% ao mês, no início de cada mês. Em quanto tempo ele terá o saldo de R\$ 2.000,00 que é o custo estimado para a motocicleta?

Primeiramente consideremos o valor da passagem R\$1,60.

Por dia o professor economiza:  $2 \times 1,60 = 3,20$  e por mês:  $3,20 \times 25 = 80,00$ . Assim, o professor deposita mensalmente R\$ 80,00 na Caderneta de Poupança.

Vamos deduzir o modelo matemático que determina o saldo na caderneta de poupança passados  $t$  meses.

Seja  $C_0$  o valor inicial que será depositado mensalmente a uma taxa de juros mensal.

Após o primeiro mês o saldo é de:

$$C_1 = C_0 + iC_0$$

$$C_1 = C_0(1+i)$$

Após o segundo mês, o saldo é de:

$$C_2 = C_0(1+i) + i[C_0(1+i)] + C_0 + iC_0.C_2$$

$$C_2 = C_0(1+i) + C_0 + i[C_0(1+i) + C_0]$$

$$C_2 = C_0(1+i)(1+i) + C_0(1+i)$$

$$C_2 = C_0(1+i) + C_0(1+i)^2$$

Após o terceiro mês, o saldo é de:

$$C_3 = C_0(1+i) + C_0(1+i) + i[C_0(1+i) + C_0(1+i)]$$

$$C_3 = C_0(1+i) + C_0(1+i).(1+i) + C_0(1+i)$$

$$C_3 = C_0(1+i)^3 + C_0(1+i)^2 + C_0(1+i)$$

e assim sucessivamente.

Transcorridos  $t$  meses o saldo acumulado é dado por

$$C_t = (1+i)C_0 + (1+i)^2C_0 + (1+i)^3C_0 + \dots + (1+i)^{t-1}C_0 + (1+i)^tC_0$$

que é uma soma de uma progressão geométrica, dada por:

$$c_t = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}, \text{ para } q \neq 1, \text{ onde } a_1 = (1+i)C_0 \text{ e } q = (1+i)$$

Ou seja,

$$c_t = \frac{(1+i)c_0[(1+i)^t - 1]}{1+i-1}$$

$$c_t = \frac{c_0(1+i)[(1+i)^n - 1]}{i}$$

No caso específico do problema proposto, temos:

$$t \cong 23$$

Após 23 meses que é equivalente há 1 ano e 11 meses, teremos o valor de R\$ 2.000,00 disponíveis para comprar a motocicleta, depositando no início de cada mês R\$ 80,00, contando com uma taxa fixa de 0,7% ao mês. Ou seja, em aproximadamente 2 anos o professor ganha autonomia no seu transporte diário.

#### Situação-problema 4:

A frota total de ônibus de Santa Maria é de 650 ônibus. Com o lucro encontrado na situação-problema 1, em quanto tempo se renovaria toda a frota?

O valor de um ônibus novo é de aproximadamente R\$ 400.000,00. Assim, para renovar a frota precisaríamos de:

$$\text{Valor Total} = 400.000,00 \times 650 = 260.000.000,00$$

Como o lucro mensal é de R\$ 398.400,00 o lucro anual será de 4.780.800,00 com o valor da passagem R\$1,60, para renovar a frota precisaríamos de

$$260\ 000\ 000,00 \div 4\ 780\ 800,00 \cong 54 \text{ meses}$$

A frota se renovaria em 4 anos e 6 meses, ou seja, toda a frota poderia ser renovada a cada 5 anos aproximadamente.

Se com o valor atual a frota se renova em 5 anos, então considerando o valor sugerido pela ATU de R\$ 2,00 onde o lucro anual é de R\$ 5.976.000,00 em quanto tempo se renovaria toda a frota?

$$260.000.000,00 \div 5976.000,00 \cong 43 \text{ meses}$$

A frota se renovaria em 3 anos e 7 meses, ou seja, aproximadamente a cada 4 anos teríamos uma renovação da frota.

Com a diferença de R\$ 1,60 para 2,00 a frota se renovaria com um ano menos. Será que um veículo como esse necessita ser renovado em tão pouco tempo?

### Situação-problema 5:

Um fim de semana de cada mês, há o chamado Passe Livre, onde neste dia as pessoas não pagam passagem. Isto ocorre em todas as linhas urbanas de Santa Maria. A média de população transportada neste dia é de 103.333 pessoas.

- d) Qual seria o lucro das empresas se não houvesse Passe Livre?
- e) Considerando o Passe Livre sendo oferecido para a população dois finais de semana a cada mês, qual seria o lucro?
- f) Quem paga as passagens para as empresas neste dia?

### Considerações Finais

Neste trabalho, aplicou-se como alternativa metodológica a Modelagem Matemática, a qual possibilita a integração entre conteúdos curriculares de todas as áreas do conhecimento e problemas vividos pela sociedade. O problema do aumento das tarifas de ônibus é um tema presente no cotidiano da comunidade escolar, em todos os níveis de ensino, não somente na cidade de Santa Maria, como a todas as cidades que possuem transporte urbano.

O tema abordado, por estar relacionado ao contexto real, ao ser trabalhado em aulas de Matemática, possibilita que seja demonstrada a aplicabilidade e a importância dos conteúdos matemáticos na vida cotidiana, constituindo-se uma forma de dar significado ao estudo da Matemática para a formação geral para a vida.

### Referências Bibliográficas

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores**. Rio Claro: [s.l.], 2001. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual de São Paulo, Rio Claro, 2001.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. 2. ed. São Paulo: Contexto, 2002.

BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática e a sala de aula**. In: Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, 1., 2004, Londrina. **Anais**. Londrina: UEL, 2004. 1 CD-ROM.

TARP, A. **Mathematics before or through applications: Top-down and bottom-up understandings of linear and exponential functions**. In : Matos, J. F. et al. (Eds) *Modelling and mathematics education*. Chichester: Ellis Horwood, 2001. p. 119-129.

## ANEXO D - ARTIGO PRODUZIDO PELO GRUPO TRÊS

**MODELAGEM MATEMÁTICA SOBRE O CARRO BICOMBUSTÍVEL: UM ESTUDO**

Luciano Brondani Ilha<sup>9</sup>  
Marinez Cargnin Stieler<sup>10</sup>  
Vanilde Bisognin<sup>11</sup>

**Resumo**

O carro bicombustível possui tecnologia do motor que pode utilizar gasolina e álcool misturados em qualquer proporção. Para os especialistas a compra de um carro modelo flex é realizada com planos de obter uma economia com o gasto de combustível a longo prazo. Levando em consideração esta perspectiva desenvolveu-se uma Modelagem Matemática que avalia a vantagem de se utilizar álcool ou gasolina ou álcool e gasolina para este carro, baseado nos seus valores de mercado.

**PALAVRAS-CHAVE** - Carro Bicombustível; Gasto de Combustível; Modelagem Matemática.

**Introdução**

Anda assustado com o preço da gasolina? É justamente aí que os modelos bicombustíveis ganham clientes. A possibilidade de escolha entre abastecer com gasolina ou álcool tem atraído cada vez mais consumidores (VARGAS, 2006).

Os carros bicombustíveis, ou flex, estão no mercado desde março de 2003, quando a Volkswagen lançou o Gol Total Flex. Diferente daquela época, em que as opções eram poucas, hoje é possível encontrar no mercado versões flex de quase todos os modelos das mais conhecidas marcas de veículos. E a tendência é de mais lançamentos. Volkswagen, Ford, Fiat, General Motors, Citroën, Peugeot e Renault são as marcas que têm modelos disponíveis no mercado (VARGAS, 2006).

Segundo a Associação Nacional dos Fabricantes de Veículos Automotores (ANFAVEA), as vendas de bicombustíveis estão crescendo gradativamente no país. Em janeiro de 2005 representavam cerca de 27% das vendas. Em dezembro, alcançavam 68%.

---

9 Aluno do curso de Matemática Licenciatura do Centro Universitário Franciscano – UNIFRA, Santa Maria, RS.

10 Aluna do curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática do Centro Universitário Franciscano – UNIFRA, Santa Maria, RS.

11 Professora titular do curso de Matemática Licenciatura do Centro Universitário Franciscano – UNIFRA, Santa Maria, RS.

Em 2006 as previsões foram melhores: em janeiro foram vendidas mais de 91 mil unidades, o que representa 72,8% do total (VARGAS, 2006).

A demanda pelos automóveis bicompostíveis não deve ser afetada pela recente disparada no preço do álcool. Para especialistas e na visão da indústria, o problema é pontual e a compra de um carro modelo "flex" é realizada com planos de obter uma economia a longo prazo (MATTOS, 2006).

Segundo Rafael Schechtman, diretor do Centro Brasileiro de Infra-Estrutura (CBIE) e professor da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), a elevação no valor cobrado pelo álcool não deve ter influência no mercado "flex" pelo fato de que não se paga mais pela tecnologia. "Para certos modelos de carros, só há o bicompostível", diz o especialista (MATTOS, 2006).

Antes de responder os problemas em estudo, o engenheiro Marcelo Brandão vai responder às perguntas mais freqüentes sobre os bicompostíveis.

Marcelo Brandão, chefe de engenharia de desenvolvimento de produtos da unidade de Sistemas a Gasolina da Bosch, empresa que fornece o sistema bicompostível para General Motors, Volkswagen, Peugeot, Fiat e Citroën (VARGAS, 2006).

- Como funcionam os bicompostíveis?

O que o sistema bicompostível faz é diferenciar o álcool da gasolina por meio da quantidade de oxigênio que passa pelo escape, medida por um sensor de oxigênio, que, após cálculos realizados pela central de comando do motor determina qual é o combustível. Ou seja, o sistema é capaz de reconhecer qual é o combustível que o usuário está usando e desta forma se ajusta para funcionar na condição ideal do motor.

- Pode misturar os combustíveis ou tem que usar um de cada vez?

Pode misturar sim, em qualquer proporção.

- Como é o desempenho do motor flex?

Com álcool, a tendência é que o desempenho do veículo seja melhor. Já com a gasolina, a autonomia de distância é maior, ou seja, o consumo é menor por quilômetro (Km).

- Quais são as vantagens dos bicompostíveis?

O triunfo dos bicompostíveis é o de proporcionar ao proprietário optar entre abastecer com gasolina ou com álcool. É bom porque se um combustível estiver caro, ou faltar no mercado, ele pode colocar outro. A política do preço dos combustíveis não afeta tanto o dono do veículo. Uma dica é ver o preço dos dois combustíveis. Por exemplo, se o álcool estiver

70% ou menos do preço da gasolina, é melhor colocar álcool. Se estiver mais caro, vale a pena colocar gasolina. Se o consumidor seguir esta regra, ele vai conseguir economizar.

- Que cuidados uma pessoa deve ter com um carro bicombustível?

O mesmo cuidado que ela tinha com um veículo movido à gasolina, ou seja, seguir as recomendações dos manuais dos proprietários. Se no manual não estiver escrita nenhuma recomendação específica, os cuidados são os mesmos.

- Qual é a diferença entre o carro bicombustível original de fábrica e o carro convertido fora de uma montadora?

A diferença é que o original de fábrica tem um sistema específico para cada veículo, enquanto que os kits de conversão são genéricos. Desta forma, o original consegue preencher as necessidades do veículo. Como o kit tem que atender ao maior número de modelos de carros, ele não alcança. Algumas conseqüências são o aumento da poluição, a perda de desempenho, o aumento do consumo e o desgaste de algumas peças do motor que não são adequadas ao uso com álcool.

No dia 02/03/2006 o jornal FOLHA ONLINE publica a reportagem: Tabela ajuda dono de carro flex a economizar com álcool ou gasolina (FOLHA ONLINE, 2006).

Para ajudar proprietários de carro bicombustível a fazer a escolha mais econômica nos postos, a FOLHA ONLINE publica a tabela 1 que mostra o preço máximo do litro do álcool para que esse combustível seja mais vantajoso que a gasolina.

Tabela 1: Abasteça com álcool somente se o litro custar menos que:

Gasolina	Álcool	Gasolina	Álcool	Gasolina	Álcool	Gasolina	Álcool
2,20	1,54	2,36	1,652	2,52	1,764	2,68	1,876
2,21	1,547	2,37	1,659	2,53	1,771	2,69	1,883
2,22	1,554	2,38	1,666	2,54	1,778	2,70	1,89
2,23	1,561	2,39	1,673	2,55	1,785	2,71	1,897
2,24	1,568	2,40	1,68	2,56	1,792	2,72	1,904
2,25	1,575	2,41	1,687	2,57	1,799	2,73	1,911
2,26	1,582	2,42	1,694	2,58	1,806	2,74	1,918
2,27	1,589	2,43	1,701	2,59	1,813	2,75	1,925
2,28	1,596	2,44	1,708	2,60	1,82	2,76	1,932
2,29	1,603	2,45	1,715	2,61	1,827	2,77	1,939
2,30	1,61	2,46	1,722	2,62	1,834	2,78	1,946

Gasolina	Álcool	Gasolina	Álcool	Gasolina	Álcool	Gasolina	Álcool
2,31	1,617	2,47	1,729	2,63	1,841	2,79	1,953
2,32	1,624	2,48	1,736	2,64	1,848	2,80	1,96
2,33	1,631	2,49	1,743	2,65	1,855		
2,34	1,638	2,50	1,75	2,66	1,862		
2,35	1,645	2,51	1,757	2,67	1,869		

Devido à variedade de valores cobrados no Estado de São Paulo, a tabela 1 enumera 61 opções de preços de gasolina e os valores máximos do litro do álcool que representariam ganho para o motorista em cada um desses casos. Sempre que o álcool ultrapassar esse máximo, o motorista ganha se optar pela gasolina.

Os cálculos foram feitos a partir de orientação do Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada (Cepea-USP), uma das maiores autoridades do país em relação ao álcool, que recomenda ao motorista não abastecer o veículo flex com álcool sempre que o preço do litro superar 70% do valor da gasolina. O percentual reflete o menor rendimento do álcool, que faz o veículo rodar menos quilômetros que a gasolina com um mesmo volume de combustível.

### **Metodologia utilizada no estudo**

Neste trabalho, tem-se o interesse em avaliar qual é o melhor custo benefício na hora de abastecer um carro bicombustível. Para obter a resposta utilizou-se a Modelagem Matemática.

As práticas escolares de Modelagem têm tido influências teóricas de parâmetros emprestados da Matemática Aplicada. A compreensão de Modelagem é apresentada em termos do processo de construção do modelo matemático, traduzido em esquemas explicativos.

Segundo Skovsmose apud Barbosa (2001), a Modelagem Matemática distingue três tipos de conhecimento que podem ser relacionados:

- ⌘ Conhecimento matemático;
- ⌘ O conhecimento tecnológico, que se refere a como construir e usar um modelo matemático;
- ⌘ Conhecimento reflexivo, que se refere à natureza dos modelos e os critérios usados em sua construção, aplicação e avaliação.

A Modelagem pode ser entendida em termos mais específicos, como uma ferramenta que permite ao aluno indagar situações problemas que dependem dos conceitos e idéias matemáticas exploradas à medida que os alunos desenvolvem a sua atividade.

A Modelagem Matemática é um ambiente de aprendizagem, pois estimula os alunos a desenvolverem certas atividades.

Entende-se que a Modelagem estimula os alunos a investigarem situações de outras áreas que não a matemática por meio da matemática.

Neste caso, o convite faz referência à indagação e investigação. Para (FREIRE & FAUNDEZ, 1998), a indagação é o próprio caminho da educação: “O que o professor deveria ensinar – porque ele próprio deveria sabê-lo – seria, antes de tudo, ensinar a perguntar. Porque o início do conhecimento, repito, é perguntar. E somente a partir de perguntar é que se deve sair em busca de respostas e não o contrário”.

Na Modelagem Matemática, o processo é compartilhado com o grupo de alunos, pois sua motivação advém do interesse pelo assunto. Daí decorre aspectos a serem destacados (BURAK, 2004):

- ⌘ Maior interesse do(s) grupo(s);
- ⌘ Interação no processo de ensino e de aprendizagem;
- ⌘ Demonstração de uma forma diferenciada de conceber a educação e, em consequência, a adoção de uma nova postura do professor.

O Fato de compartilhar o processo de ensino com o grupo ou grupos faz a diferença, constitui-se em uma mudança de postura por parte do professor: essa atitude favorece o estabelecimento de relações afetivas mais fortes entre os alunos e professor e alunos (BURAK, 2004).

Para fins de encaminhamento do trabalho na sala de aula, a Modelagem Matemática foi desenvolvida em cinco etapas (BURAK, 2004):

- ⌘ Escolha do tema;
- ⌘ Pesquisa exploratória;
- ⌘ Levantamento dos problemas;
- ⌘ Resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema;
- ⌘ Análise crítica da(s) solução(es).

Os objetivos da Modelagem:

- ⌘ Aproximar outras áreas do conhecimento da matemática;
- ⌘ Enfatizar a importância da matemática para a formação do aluno;
- ⌘ Despertar o interesse pela matemática ante a aplicabilidade;
- ⌘ Melhorar a apreensão dos conceitos matemáticos;
- ⌘ Desenvolver a habilidade para resolver problemas;
- ⌘ Estimular a criatividade.

Para implementar a modelagem matemática é importante que o professor faça, inicialmente, um levantamento sobre os alunos. Seguindo os seguintes passos:

- Diagnóstico

Verificar a realidade socioeconômica, o tempo disponível para a realização de trabalho extraclasse e o conhecimento matemático que possuem os alunos.

- Escolha do tema ou modelo matemático

Escolher um tema a ser transformado em modelo matemático.

Desenvolvimento do conteúdo programático

O professor segue as mesmas etapas e sub etapas do processo de modelagem.

Orientações de modelagem

Elaborar um planejamento sobre a inteiração com o assunto, bem como a forma de encaminhamento e quando ou em que momento guiará seus alunos.

Avaliação do processo

Aspectos subjetivos: participação, assiduidade, cumprimento das tarefas e espírito comunitário.

Aspectos objetivos: provas, exercícios e trabalhos realizados.

### Situação-problema 1

Supondo que uma pessoa possua um carro flex 1.6 e que rode 100 km por dia. No final de um ano, qual é a melhor forma de abastecer este carro?

Para responder este problema utilizamos a tabela 2.

Tabela 2: abaixo segue simulação para um carro flex 1.6 rodando 100 km/dia:

Combustível	Consumo médio (LITROS) *	Custo por Km	Preço **	Gasto Mensal	Gasto Anual

Combustível	Consumo médio (LITROS) *	Custo por Km	Preço **	Gasto Mensal	Gasto Anual
Álcool	7,30	R\$ 0,2671	R\$ 1,95	R\$ 801,30	R\$ 9.615,60
Gasolina	9,70	R\$ 0,2729	R\$ 2,65	R\$ 818,70	R\$ 9.824,40
Flex	8,70	R\$ 0,2645	R\$ 2,30	R\$ 793,50	R\$ 9.522,00

\* Fonte: teste realizado pela Ipiranga publicado em 29/10/05 pelo Diário de SP

\*\* Fonte: preços pesquisados em 15/05/2006 em Santa Maria – RS

### Definição das variáveis

Seja P o preço do litro do combustível e D a distância percorrida e C o consumo médio do combustível em toda a viagem. O custo médio da viagem é V.

Qual é quantidade de litros de combustível que é gasto para percorrer a distância D.

$$Q = D/C$$

### Solução do problema

#### Álcool

Seja  $D_1=100$  km,  $C_1=7,3$  litros e  $P_1 = R\$ 1,95$ .

Sendo  $Q_1$  a quantidade de litros gastos para percorrer a distância  $D_1$ .

Ou seja,  $Q_1 = D_1 / C_1 = 100 / 7,3 = 13,69 = 13,7$ . Assim o custo da viagem  $V_1$  é:  $V_1 = Q_1 * P_1 = 13,7 * 1,95 = R\$ 26,715$ .

O Custo por Km é  $26,715 / 100 = R\$ 0,2671$ .

O Custo mensal é  $100 * 0,2671 * 30 = R\$ 801,30$ .

O Custo anual é  $100 * 0,2671 * 30 * 12 = R\$ 9.615,60$ .

#### Gasolina

Seja  $D_2 = 100$  km,  $C_2 = 9,7$  litros e  $P_2 = R\$ 2,65$ .

Sendo  $Q_2$  a quantidade de litros gastos para percorrer a distância  $D_2$ .

Ou seja,  $Q_2 = D_2 / C_2 = 100 / 9,7 = 10,30$ . Assim o custo da viagem  $V_2$  é:  $V_2 = Q_2 * P_2 = 10,30 * 2,65 = R\$ 27,295$ .

O Custo por Km é  $27,295 / 100 = R\$ 0,2729$ .

O Custo mensal é  $100 * 0,2729 * 30 = R\$ 818,70$ .

O Custo anual é  $100 * 0,2729 * 30 * 12 = R\$ 9.824,40$ .

**Flex**

Seja  $D_3 = 100$  km,  $C_3 = 8,7$  litros e  $P_3 = R\$ 2,30$ .

Sendo  $Q_3$  a quantidade de litros gastos para percorrer a distância  $D_3$ .

Ou seja,  $Q_3 = D_3 / C_3 = 100 / 8,7 = 11,49 = 11,5$ . Assim o custo da viagem  $V_3$  é:  $V_3 = Q_3 * P_3 = 11,5 * 2,30 = R\$ 26,45$ .

O Custo por Km é  $26,45 / 100 = R\$ 0,2645$ .

O Custo mensal é  $100 * 0,2645 * 30 = R\$ 793,50$ .

O Custo anual é  $100 * 0,2645 * 30 * 12 = R\$ 9.522,00$ .

De modo geral o custo médio da viagem diária é dado por  $V = X * P$ .

De modo geral o custo médio da viagem mensal é dado por  $V = X * P * 30$ .

De modo geral o custo médio da viagem anual é dado por  $V = X * P * 30 * 12$ .

De acordo com os resultados obtidos, verifica-se que o combustível flex é o mais econômico.

**Situação-problema 2**

Na hora de abastecer com carro flex, o que é mais viável, álcool ou gasolina?

Baseado na tabela 2 verifique se o valor do álcool tem vantagem sobre a gasolina no momento de abastecer, seguindo os dados da tabela 1.

**Definição das variáveis**

Seja  $G$  o preço do litro da gasolina e  $A$  o preço do litro do álcool e  $X$  o percentual do álcool sobre a gasolina.

**Solução do problema**

Então, de acordo com a tabela 1, se o motorista decidir abastecer em um posto que cobrasse R\$ 2,65 pela gasolina, só deve optar pelo álcool se o litro custar menos que R\$ 1,855.

Baseado na tabela 2 seja  $G_1$  o valor da gasolina  $G_1 = R\$ 2,65$  e  $A_1$  o valor do álcool  $A_1 = R\$ 1,95$ . Sendo que  $X_1$  o percentual.

Calculo para verificar o percentual:

$$G1 * X1 = A1 * 100$$

$$\mathbf{X1 = A1 * 100 / G1}$$

Baseado na fórmula do cálculo de X1 verificou-se o valor do percentual.

$$X1 = 1,95 * 100 / 2,65$$

$$X1 = 195 / 2,65$$

$$X1 = 73,58 \%$$

Verificou-se que o percentual X1 do álcool supera os 70% do valor da gasolina, deste modo não é vantagem em abastecer com álcool.

Baseado na tabela 1, seja G2 o valor da gasolina G2=R\$ 2,65 e A2 o valor do álcool A2= R\$ 1,855. Sendo que X2 o percentual.

Calculo para verificar o percentual:

$$G2 * X2 = A2 * 100$$

$$\mathbf{X2 = A2 * 100 / G2}$$

Baseado na fórmula do cálculo de X2 verificou-se o valor do percentual.

$$X2 = 1,855 * 100 / 2,65$$

$$X2 = 185,5 / 2,65$$

$$X2 = 70,00 \%$$

Verificou-se que o percentual X2 do álcool é justamente os 70% do valor da gasolina, deste modo é vantagem em abastecer com álcool.

De modo geral o cálculo do percentual é dado por  $\mathbf{X = A * 100 / G}$ .

### **Situação-problema 3**

Qual dos carros é mais econômico?

Baseado nas informações da tabela 3 calcule o custo por quilometro (Km) de cada carro baseado nos valores da tabela 2.

Tabela 3

	<b>Celta 2 portas 1.0 Flexpower - Life</b>	<b>Celta 2 portas 1.4 Gasolina - Life</b>
Valor *	R\$ 24.490,00	R\$ 27.290,00
Consumo em Estrada **	18 km/l gasolina – 12,2 km/l álcool	17,7 km/l

\* Fonte: <http://www.gm.com.br/> no dia 15/06/2006.

\*\* Fonte: <http://www2.uol.com.br/bestcars/testes2/celta-flex-2.htm>.

### Definição das variáveis

Seja **D** a distância percorrida e **C** o consumo médio do combustível e **P** o preço do litro do combustível.

### Solução do problema

#### Celta Flexpower - Álcool

Seja  $D_1 = 100$  km,  $C_1 = 12,2$  litros e  $P_1 = R\$ 1,95$ .

Sendo  $Q_1$  a quantidade de litros gastos para percorrer a distância  $D_1$ .

Ou seja,  $Q_1 = D_1 / C_1 = 100 / 12,2 = 8,196 = 8,2$ . Assim o custo da viagem  $V_1$  é:  $V_1 = Q_1 * P_1 = 8,2 * 1,95 = R\$ 15,99$ .

O Custo por Km é  $15,99 / 100 = R\$ 0,1599$ .

O Custo mensal é  $100 * 0,1599 * 30 = R\$ 479,7$ .

O Custo anual é  $100 * 0,1599 * 30 * 12 = R\$ 5.756,40$ .

#### Celta Flexpower - Gasolina

Seja  $D_2=100$  km,  $C_2 = 18$  litros e  $P_2 = R\$ 2,65$ .

Sendo  $Q_2$  a quantidade de litros gastos para percorrer a distância  $D_2$ .

Ou seja,  $Q_2 = D_2 / C_2 = 100 / 18 = 5,555 = 5,55$ . Assim o custo da viagem  $V_2$  é:  $V_2 = Q_2 * P_2 = 5,55 * 2,65 = R\$ 14,70$ .

O Custo por Km é  $14,70 / 100 = R\$ 0,147$ .

O Custo mensal é  $100 * 0,147 * 30 = R\$ 441,00$ .

O Custo anual é  $100 * 0,147 * 30 * 12 = R\$ 5.292,00$ .

#### Celta Gasolina

Seja  $D3 = 100$  km,  $C3 = 17,7$  litros e  $P3 = R\$ 2,65$ .

Sendo  $Q3$  a quantidade de litros gastos para percorrer a distância  $D3$ .

Ou seja,  $Q3 = D3 / C3 = 100 / 17,7 = 5,649 = 5,65$ . Assim o custo da viagem  $V3$  é:  
 $V3 = Q3 * P3 = 5,65 * 2,65 = R\$ 14,97$ .

O Custo por Km é  $14,97 / 100 = R\$ 0,1497$ .

O Custo mensal é  $100 * 0,1497 * 30 = R\$ 449,10$ .

O Custo anual é  $100 * 0,1497 * 30 * 12 = R\$ 5.389,20$ .

**Tabela 4** - Gasto anual em combustível da situação-problema 3:

	<b>Gasto Anual</b>
<b>Celta Flexpower - Álcool</b>	R\$ 5.756,40
<b>Celta Flexpower - Gasolina</b>	R\$ 5.292,00
<b>Celta Gasolina</b>	R\$ 5.389,20

Baseado na tabela 4 qual dos celta é o mais econômico ?

O Celta Flexpower – Gasolina é o carro mais econômico, durante um ano economizaria R\$ 97,20 em relação ao Celta Gasolina.

### **Considerações Finais**

O tema abordado neste trabalho foi baseado em vários artigos publicados na internet. Onde todos abordaram que a tendência é que os bicombustíveis dominem completamente o mercado de automóveis do país por ser uma tecnologia mais avançada.

No mês passado, a participação dos flex foi de 76,3% do licenciamento de automóveis e comerciais leves. Em abril o percentual foi de 76,8% ante 77,6% em março (INVERTIA, 2006).

A quantidade de bicombustíveis vendida em maio registrou crescimento de 24,2% em abril, para 118,7 mil veículos. Na comparação com março, houve avanço de 3,25% (INVERTIA, 2006).

Em abril, quando o setor registrou queda pela primeira vez na participação dos flexíveis, o presidente da Associação Nacional dos Fabricantes de veículos Automotores (ANFAVEA), Rogelio Golfarb, afirmou que “a retração reflete a sazonalidade de um produto

(álcool) que é produzido em seis meses e consumido nos 12 meses do ano. O consumidor está aprendendo a conviver com isso”

(INVERTIA, 2006).

Na modelagem que realizamos o preço do álcool realmente nos dias atuais, não proporciona vantagem econômica para os consumidores dos carros com esta tecnologia. Onde o melhor resultado foi obtido em abastecer álcool e gasolina na mesma proporção.

A modelagem matemática baseia-se por desenvolver o conteúdo programático a partir de um tema e orientar o aluno na realização de seu próprio modelo matemático. É aplicável em qualquer nível escolar, das séries iniciais a um curso de pós-graduação.

O professor de hoje, pode ser aquele que é um pesquisador de sua sala de aula e isto pode e deve conduzi-lo a aprender com seus próprios alunos.

### Referências bibliográficas

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem na educação matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24, 2001, Caxambu. Caxambu: ANPED, 2001. 1a CD-ROM.

BURAK, Dionísio. Modelagem Matemática e a sala de aula. In: Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, 1., 2004, Londrina. *Anais*. Londrina: UEL, 2004. 1 CD-ROM.

FREIRE, P., FAUNDEZ, A. *Por uma pedagogia da pergunta*. 4. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1998. 158p.

FOLHA ONLINE: **Tabela ajuda dono de carro flex a economizar com álcool ou gasolina.** Disponível em: <<http://www1.folha.uol.com.br/folha/dinheiro/ult91u105646.shtml>>, acesso em: mar., 2006.

INVERTIA – O PORTAL DE ECONOMIA DO TERRA: **Venda de veículos novos sobe 25% em maio, diz Anfavea.** Disponível em: <[http://br.invertia.com/noticias/noticia.aspx?idNoticia=200606061338\\_RTR\\_1149600831nN06453072](http://br.invertia.com/noticias/noticia.aspx?idNoticia=200606061338_RTR_1149600831nN06453072)>, acesso em: jun., 2006.

MATTOS, A. **Procura por carro “flex” deve seguir forte.** Disponível em: <<http://www1.folha.uol.com.br/folha/dinheiro/ult91u103944.shtml>>, acesso em: jan., 2006.

VARGAS, V. **Bicombustíveis: ter ou não ter?** Disponível em: <<http://www.sitedapenelope.com.br/servicos/bicombustiveis.html>>, acesso em: fev., 2006.

## ANEXO E - ARTIGO PRODUZIDO PELO GRUPO QUATRO

**METODOLOGIA DA MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO SUPERIOR:  
CRIAÇÃO DE CHINCHILAS**

Francisca Brum Tolio<sup>12</sup>  
Marinez Cargnin Stieler<sup>13</sup>  
Vanilde Bisognin<sup>14</sup>

**Resumo**

Neste trabalho utiliza-se a metodologia da Modelagem Matemática para o estudo da criação de chinchilas. Para a realização do trabalho seguiu-se os passos da Modelagem Matemática, que são os seguintes: escolha do tema, pesquisa exploratória, levantamento de problemas, resolução dos problemas e desenvolvimento da matemática relacionada ao tema, análise crítica das soluções. A partir do tema proposto foram criadas diferentes situações-problema que permitiram elucidar o tema e, ao mesmo tempo, compreender conceitos e resultados relacionados, principalmente, com as Equações de Diferenças. Consideram-se as questões da reprodução dos animais, o custo de produção e venda de peles, que é a principal finalidade da criação de chinchilas pelo seu preço no mercado. Propõem-se situações-problema sobre taxa de crescimento da população de animais, vantagens e desvantagens sobre a produção e venda das peles. Em todas estas situações desenvolve-se a Matemática que está relacionada com o tema proposto. O trabalho de pesquisa permitiu vivenciar uma metodologia que pode ser aplicada em turmas regulares do ensino fundamental, médio e superior onde o aluno e professor são sujeitos na construção do conhecimento.

**Palavra-chave** - Modelagem Matemática, criação de chinchilas, Equações de Diferenças.

**Introdução**

O propósito do presente trabalho é relatar uma das experiências vivenciadas pelos alunos do sétimo semestre da licenciatura em Matemática na disciplina de Projeto de Pesquisa e Extensão em Educação Matemática II desenvolvidas através da Modelagem Matemática em que alunos e professores estiveram empenhados nas atividades durante um semestre. Foram

---

<sup>12</sup> Aluna do curso de Matemática – UNIFRA - [franciscabrumtolio@yahoo.com.br](mailto:franciscabrumtolio@yahoo.com.br)

<sup>13</sup> Aluna do Curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática – UNIFRA - [marinez@unemat.br](mailto:marinez@unemat.br)

<sup>14</sup> Professora do curso de Matemática – UNIFRA – [vanilde@unifra.br](mailto:vanilde@unifra.br)

propostas situações-problema envolvendo a criação de chinchilas que foi um assunto de interesse da acadêmica que desenvolveu este trabalho.

Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade. (BARBOSA, 2004). A Modelagem Matemática é livre e espontânea, surge da necessidade do homem em compreender os fenômenos que o cercam para interferir ou não em seu processo de construção (SILVEIRA e RIBAS, 2004). Escolher a Modelagem Matemática para trabalhar é um desafio, e ao mesmo tempo torna-se algo agradável e lógico. Com ela aprende-se a investigar e analisar problemas com base na realidade.

Trabalhar com Modelagem Matemática facilita a aprendizagem, pois o conteúdo matemático passa a ter significação, deixa de ser abstrato e passa a ser concreto fazendo parte do contexto que está presente na vida do aluno. Esta metodologia de ensino envolve o trabalho conjunto de alunos e professores, fazendo com que os alunos tornem-se responsáveis pela sua própria aprendizagem. A Modelagem Matemática auxilia o aluno a tornar-se um cidadão crítico e transformador de sua realidade, bem como, facilita a compreensão do papel sociocultural da Matemática, dando assim maior significado a ela. Desta forma, ela permite problematizar e investigar situações reais do cotidiano do aluno, produzindo melhor entendimento de determinado assunto no qual o aluno se interessa e acaba por si percebendo a importância e a presença da Matemática em suas atividades diárias.

O objetivo da Modelagem Matemática é tornar visível o papel da Matemática na vida social dos alunos, fazendo com que eles possam situar-se em seu ambiente sócio-cultural atuando e modificando esse ambiente.

Neste projeto de pesquisa escolheu-se o tema: Criação de Chinchilas por ser um tema de interesse da comunidade uma vez que existem cabanhas que criam chinchilas na região de Santa Maria.

Por meio de situações-problema construíram-se modelos matemáticos envolvendo a taxa de crescimento da população, analisou-se as vantagens e desvantagens e o tempo de venda das peles dos animais para obter-se lucro máximo, que é a principal atividade comercial das chinchilas.

Em todas as situações propostas analisou-se a Matemática envolvida que são basicamente as Equações de Diferença.

### As chinchilas e a Modelagem Matemática

A reprodução dos animais acontece através do método poligâmico, formando famílias com seis fêmeas e um macho. A vida reprodutiva das chinchilas inicia aos oito meses de idade e pode durar até dez anos. As chinchilas têm em média dois partos por ano e dois filhotes por parto, mas elas podem ter de um a quatro filhotes por parto. Possuem três pares de mamas sendo um não funcional. A gestação é de cento e onze dias. A fêmea entra regularmente no cio de vinte e oito dias em vinte e oito dias no inverno, tendo uma variação no verão, cujo intervalo torna-se maior por causa do calor.

O animal se torna adulto quando alcança os oito meses de idade, estando pronto para o abate. A pele possui de oitenta a cento e vinte pêlos por folículo piloso sendo que cada fibra chega a ser vinte vezes mais fina que um fio de cabelo humano. A pele é bastante densa e leve, por isso é cara e apreciada pelo mercado internacional. A fibra se caracteriza por possuir três fazes de cor. A base ocupada pela maior parte da fibra é de cor escura. A banda que é branca e o véu que é a extremidade da fibra que esse é de cor preta.

A cotação média para a venda das peles fica em torno de US\$ 35,00 (trinta e cinco dólares) cada uma. O custo de produção está na média de US\$ 12,00 (doze dólares) por pele, ou seja, por animal.

### Problematização e Desenvolvimento da Matemática Relacionada ao Tema.

As atividades desenvolvidas a seguir requerem entendimento sobre a criação e reprodução de chinchilas.

#### Situação-Problema 1

Qual é a previsão do crescimento da população de chinchilas, com o passar do tempo, se a cada parto nascem sempre uma fêmea e um macho?

Considere que um criador de chinchila adquira um casal maduro de chinchila. A situação pode ser visualizada na tabela a seguir.

DATA		Nº DE PARES	POPULAÇÃO TOTAL
Tempo de Criação	Instantes		
Início	$0 = P_0$	1	2
4 meses após	$4 = P_1$	2	4
8 meses após	$8 = P_2$	3	6
12 meses após	$12 = P_3$	5	10
16 meses após	$16 = P_4$	8	16
20 meses após	$20 = P_5$	13	26

De um modo geral tem-se o seguinte modelo matemático para o número de pares de chinchilas

$$P_n = P_{n-1} + P_{n-2}, \text{ com } n \geq 2 \quad \text{ou}$$

$$P_{n+2} = P_{n+1} + P_n, \text{ com } n \geq 0$$

Que é uma equação de diferença de 1ª ordem, onde  $n$  é o tempo medido de quatro em quatro meses.

Se  $n = 2$ , então:

$$P_2 = P_1 + P_0 = 2+1=3$$

Se  $n = 3$ , então:

$$P_3 = P_2 + P_1 = 3+2=5$$

Neste caso obtém-se a famosa seqüência de Fibonacci.

“Sobre Fibonacci: Seu nome era Leonardo de Pisa. Atribui-se Fibonacci ao fato de ser filho de Bonacci. Leonardo de Pisa escreveu livros de Aritmética e Álgebra, destacando-se entre eles um clássico histórico: *o Liber abaci*. Nesta sua obra ele debruça-se sobre um problema por ele formulado que veio dar origem a uma sucessão a que posteriormente se associou o seu nome - Fibonacci - ficando assim conhecida na história como a Sucessão de Fibonacci. Esta sucessão veio na seqüência do seguinte problema: *Quantos pares de coelhos serão produzidos num ano, começando com um só par, se em cada mês cada par gera um novo par que se torna produtivo a partir do segundo mês?* Todo este problema considera que os coelhos estão permanente fechados num certo local e que não ocorrem mortes. *Queremos saber quantos pares de coelhos podem ser gerados, durante um ano, por esse par, assumindo que pela sua natureza, em cada mês dão origem a um outro par de coelhos, e no segundo mês após o nascimento, cada novo par pode também gerar.* Ele mostra que teremos 233 pares de coelhos ao fim de um ano de vida do par de coelhos com que partimos. Listando a sucessão 1, 1, 2, 3, 5, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233 na margem dos seus apontamentos, ele observou que cada um dos números a partir do terceiro é obtido pela adição dos dois números antecessores, e assim podemos fazê-lo em ordem a uma infinidade de números de meses.

Esta seqüência, é conhecida atualmente como a seqüência ou sucessão de Fibonacci”. (LUCHETTA, 2003)

Essa seqüência se repetiu também em nossa atividade. Obteve-se o modelo matemático encontrado chegando a uma previsão de crescimento da população, no tempo em que se deseja.

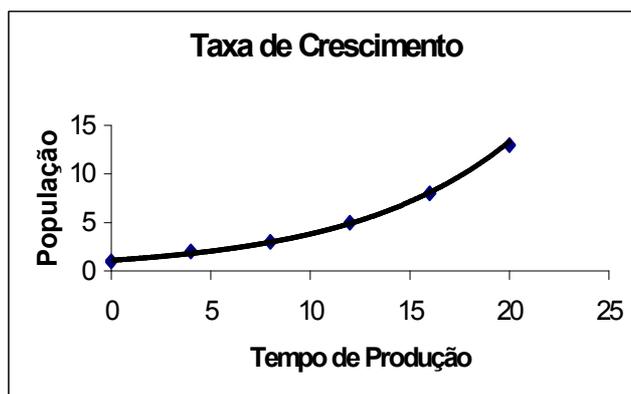
### **Situação-Problema 2.**

Qual a taxa de crescimento da população? A partir do modelo encontrado na Situação Problema 1, construa uma tabela com os valores até  $n = 15$  (onde  $n$  corresponde aos meses de nascimento).

Tem-se:

n	$P_{n+2} = P_{n+1} + P_n$
0	$P_2 = 3$
1	$P_3 = 5$
2	$P_4 = 8$
3	$P_5 = 13$
4	$P_6 = 21$
5	$P_7 = 34$
6	$P_8 = 55$
7	$P_9 = 89$
8	$P_{10} = 144$
9	$P_{11} = 233$
10	$P_{12} = 377$
11	$P_{13} = 610$
12	$P_{14} = 987$
13	$P_{15} = 1597$
14	$P_{16} = 2584$
15	$P_{17} = 4181$

A partir dos dados da tabela anterior obtém-se o seguinte gráfico:



A partir dos dados da tabela tem-se a seqüência:  $\{1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots\}$  e a partir desta obtém-se:

$$\text{se: } \frac{2}{1} = 2, \quad \frac{3}{2} = 1,5, \quad \frac{5}{3} = 1,6, \quad \frac{8}{5} = 1,6, \quad \frac{13}{8} = 1,6.$$

Assim a taxa de crescimento da população é de 1,6 (aproximadamente). Isto nos dá uma idéia de crescimento exponencial. Ou seja, a cada período a população cresce na mesma taxa (observe o cálculo da taxa de crescimento).

A partir disto tem-se:

$P_{n+1} = CP_n$ , onde  $C$  = taxa de crescimento. Assim, tem-se:

$$P_1 = CP_0$$

$$P_2 = CP_1 = CCP_0 = C^2P_0$$

$$P_3 = CP_2 = CC^2P_0 = C^3P_0 \quad \text{continuando com esse processo}$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$P_n = C^n P_0$$

Que é a solução da equação de crescimento exponencial.

Análise do Modelo:

Observando a tabela e o gráfico anterior observa-se que a população em pouco tempo cresce exponencialmente. Isto significa que a população cresce exponencialmente e com o passar do tempo teremos uma superpopulação.

### Situação-Problema 3.

- a) Qual o Modelo Matemático do crescimento da população se o início da produção de chinchilas seja um macho e seis fêmeas? E se cada fêmea dá origem a um par de filhotes, (um macho e uma fêmea) com o passar do tempo?
- b) Em quanto tempo teremos uma população adulta para o abate, de modo que abatendo 50% dos filhotes dessa população obtém-se lucro?

Considerando-se o custo de produção U\$12,00 e a venda da pele de cada animal são de U\$35,00 para cada animal adulto.

Soluções:

- a) Raciocinando-se como na situação-problema 1 tem-se

Produção de Chinchilas

DATA		Nº DE ANIMAIS
Tempo de Criação	Instantes	
Início	$0 = P_0$	7
4 meses após	$4 = P_1$	19
8 meses após	$8 = P_2$	31
12 meses após	$12 = P_3$	55
16 meses após	$16 = P_4$	91

Da tabela obtém-se o modelo matemático:

$P_{n+2} = P_{n+1} + P_n + 5$ , onde  $n \geq 0$  é o tempo medido de quatro em quatro meses.

De acordo com dados obtidos sobre a criação de chinchilas sabe-se que o custo de criação de cada animal é de US\$ 12,00 e a venda da pele é de US\$ 35,00, então o custo e a venda de chinchilas é dado por:

b) Custo e Venda de Chinchilas

Nº de animais	Instante	M + M	F	F M	FAA	F <sub>FM</sub> M	CUSTO	VENDA
7	P <sub>0</sub>	7						
19	P <sub>1</sub>	7	12					
31	P <sub>2</sub>	7	12	12	6		372	210
35	P <sub>3</sub>	7	12	12+12	12		420	432
91	P <sub>4</sub>	7	12	12+12+12	12+12	12	1092	840
151	P <sub>5</sub>	7	12	12+12+12+12	36+12	36	1812	1470

M + M = Macho + Matriz

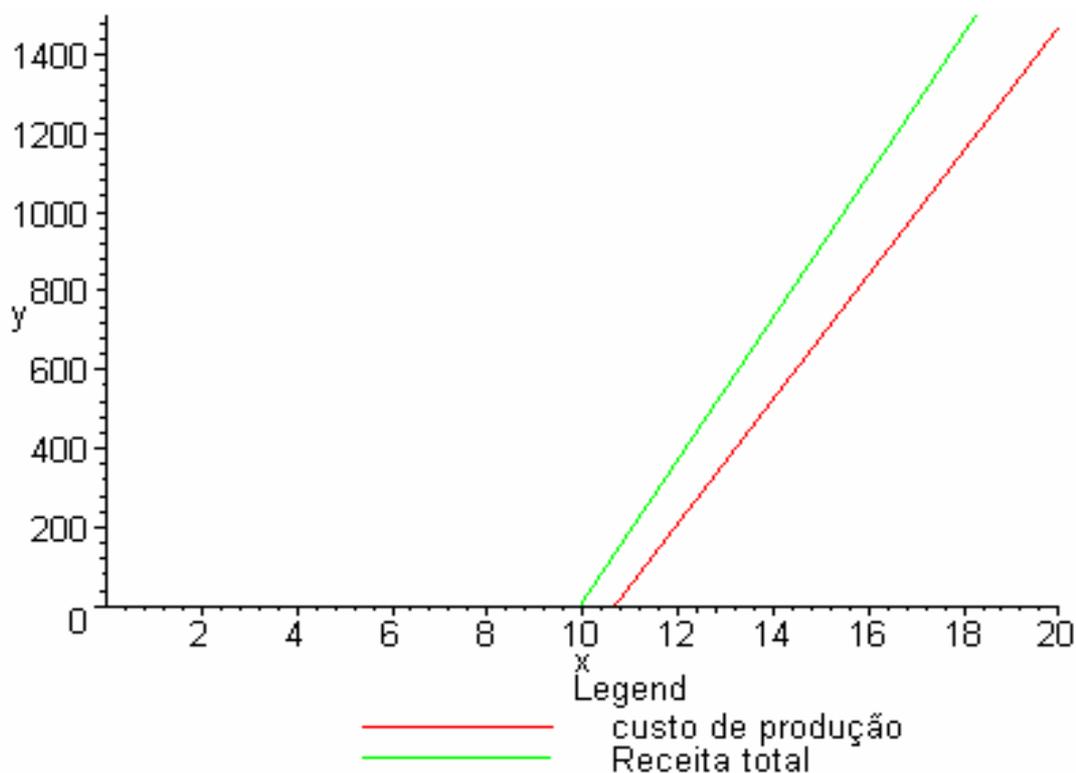
F = Filhos

FM = Família de Matrizes adultas

FAA = Família Adulta para Abate

F<sub>FM</sub> M = Filhos da família adulta adultos.

Graficamente pode-se observar a receita total e produção



O custo de produção de chinchilas é dado pela função  $y = 180x - 1788$ , onde  $x$  é o número de animais adultos e  $y$  é o custo da produção. A Receita Total (Venda de Peles) é dada pela função  $y = 157,5x - 1680$ , onde  $x$  é o número de animais adultos e  $y$  é a Receita Total.

Através do gráfico e dos cálculos, entende-se que se o criador abater somente 50% dos filhotes adultos da produção não obterá lucro em tempo algum, pois as retas que representam o custo da produção e a receita total não se interceptam no 1º quadrante.

#### Situação-Problema 4.

No caso da situação-problema 3, qual o percentual da população a ser vendida para obter lucro após 24 meses do início da criação?

De acordo com o texto o custo de produção é de U\$12,00 e o valor da pele de cada animal adulto é de U\$35,00.

Utilizando os dados da tabela de Custo de Venda de chinchilas, da situação-problema 3 e de acordo com o modelo descrito teremos, após 24 meses, 151 animais. O valor do custo total de produção quando chega ao 24º mês, é de U\$1.812,00. Assim o mínimo de animais que devem ser abatidos para que se tenha lucro após 24 meses é de  $\frac{1812}{35} = 52$ .

Ou seja, aproximadamente 52 animais devem ser abatidos. Logo para saber quanto este valor representa em porcentagem sobre o número de animais basta usar uma regra de três, mas não devemos esquecer que a família (de 7 animais) não pode ser vendida. Assim, têm-se animais adultos e jovens.

$$151 - 7 = 144$$

Dos 144 animais, somente 84 são adultos e podem ter suas peles vendidas, ou seja, 60 acabaram de nascer, portanto não podem ser vendidos porque sua pele não tem valor comercial. Portanto, pela regra de três segue que:

$$84 \rightarrow 100\%$$

$$52 \rightarrow X$$

O que resulta  $X = 62\%$ .

Conclui-se que para obter lucro em uma criação de chinchilas, o produtor deve vender após 24 meses do início da criação, 62% dos filhotes adultos ou seguindo o mesmo raciocínio 34% de toda a população.

### **Conclusão**

Acredita-se que este trabalho foi interessante, pois descobriu-se maneiras diferentes de trabalhar a Matemática, a partir de um tema concreto.

Quando o assunto chinchila foi cogitado em sala, acreditou-se que seria um bom trabalho a ser realizado, por ser um assunto que poderia proporcionar o desenvolvimento de diferentes conteúdos de Matemática o que comprovou-se após a realização das atividades.

No decorrer da pesquisa, pode-se observar que nem sempre as respostas das situações-problema que propomos foram únicas. Tornou-se necessário realizar uma análise dos modelos, com cautela e levou-se em consideração que as respostas podem variar consideravelmente se a hipótese for modificada.

No decorrer do trabalho percebeu-se o grande envolvimento dos alunos e dos professores no desenvolvimento das atividades. A Modelagem Matemática é uma metodologia de ensino que permite que os alunos sejam responsáveis pelo ato de aprender e que os professores passam a ter o papel de orientadores.

### Referencias Bibliográficas

BARBOSA, Jonei Ceiqueira: Modelagem na Educação Matemática: Uma Perspectiva. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1. 2004, Londrina. **Anais**. Londrina: UEL, 2004.1 CD-ROM.

LUCHETTA, Valéria Ostete Jannis. **História da Matemática na Época Medieval (Europa)**. 2003. Disponível em: <<http://www.matematica.br/>> Acesso em: 24 maio 2006.

SILVEIRA, Jean Carlos; RIBAS, João Luiz Domingues. **Discussões sobre Modelagem Matemática e o ensino-aprendizagem**. 2004. Disponível em: <<http://www.somatematica.com.br/artigos/a8/>> Acesso em 25 maio 2006.

## APÊNDICES

## APÊNDICE A - ENTREVISTA INDIVIDUAL

Centro Universitário Franciscano  
 Área de Ciências Naturais e Tecnológicas  
 Mestrado profissional em Ensino de Física e Matemática

Prezado (a) acadêmico (a)

Estou realizando uma pesquisa voltada para o ensino de Matemática e Estatística no ensino superior que busca esclarecer a contribuição da Modelagem Matemática para uma aprendizagem contextualizada e mais significativa dos alunos. Para poder desenvolvê-la necessitaria da colaboração de cada um (uma) ao responder as questões colocadas nesta entrevista. O objetivo das informações é para poder traçar o perfil sócio-acadêmico do aluno de licenciatura em Matemática, participante desta pesquisa.

Contando com sua colaboração, desde já agradeço.

Marinez Cargnin Stieler  
 Mestranda  
 Santa Maria, maio de 2006

## Entrevista

- 1- Qual sua idade?
- 2- Grau de instrução do Pai?  
 Ens. Fundamental inc.  Ens. Fundamental comp.  Ens. Médio inc.  
 Ens. Médio Comp.  Superior inc.  Superior comp.
- 3- Grau de instrução da mãe?  
 Ens. Fundamental inc.  Ens. Fundamental comp.  Ens. Médio inc.  
 Ens. Médio Comp.  Superior inc.  Superior comp.
- 4- Cursou o Ensino Fundamental em escola pública? Quantos anos? ( )
- 5- Cursou o Ensino Fundamental em escola particular? Quantos anos? ( )
- 6- Cursou o Ensino Médio em escola pública? Quantos anos? ( )
- 7- Cursou o Ensino Médio em escola particular? Quantos anos? ( )
- 8- Se morar em Santa Maria, veio para cá para cursar a faculdade?  
 Sim  Não

- 9- Se não morar em Santa Maria, quanto tempo viaja para vir à faculdade?
- 10- Exerce função remunerada?
- 11- Quantas horas semanais?
- 12- Necessita da colaboração econômica da família para manter-se no curso?  
( ) Sim ( ) Não
- 13- No caso de não contar com a família, qual a renda que você dispõe para se manter na faculdade?
- 14- Tem computador em casa? ( ) Sim ( ) Não
- 15- Tem acesso a internet em casa? ( ) Sim ( ) Não
- 16- É banda larga ou discada? ( ) Banda larga ( ) discada
- 17- Tem acesso a internet na faculdade? O que acha desse acesso?  
( ) Sim ( ) Não
- 18- Por que escolheu o curso de Matemática?
- 19- Das disciplinas já cursadas, quais as que mais gostou? Por quê?
- 20- Das disciplinas já cursadas, quais as que menos gostou? Por quê?
- 21- Já repetiu alguma disciplina? Qual/ quais?
- 22- Que tipos de atividades matemáticas lhe desperta maior interesse nas aulas?
- 23- Quando você acha que aprende?
- 24- No seu entender como deveriam ser trabalhados os conteúdos de Matemática?
- 25- Qual tua opinião sobre trabalhar em grupo?
- 26- Como classifica a Matemática entre as disciplinas, em termos de dificuldades para os alunos?
- 27- O que é ser bom professor de matemática, no seu entender?

- 28- Já teve experiência com o ensino de matemática?
- 29- Em caso afirmativo:
- a- Quais as dificuldades em ser professor?
  - b- Quais as facilidades em ser professor?
  - c- Que tipo de atividade matemática desperta maior interesse para os alunos?
  - d- Quando eles aprendem?

## APÊNDICE B - ENTREVISTA COLETIVA

Centro Universitário Franciscano  
Área de Ciências Naturais e Tecnológicas  
Mestrado profissional em Ensino de Física e Matemática

Prezados (as) acadêmicos (as)

Estou realizando uma pesquisa voltada para o ensino de Matemática e Estatística no ensino superior que busca esclarecer a contribuição da Modelagem Matemática para uma aprendizagem mais significativa e contextualizada dos alunos. Para poder desenvolvê-la necessitaria da colaboração de cada um (uma) ao responder as questões colocadas nesta entrevista. O objetivo das informações é obter a opinião do aluno de licenciatura em Matemática, participante desta pesquisa sobre as atividades desenvolvidas na disciplina acima, com relação à Modelagem Matemática.

Contando com sua colaboração, desde já agradeço.

Marinez Cargin Stielor  
Mestranda  
Santa Maria, maio de 2006

Entrevista coletiva

1. Qual a opinião de vocês sobre a metodologia utilizada nas aulas desta disciplina?
2. Qual a opinião de vocês, sobre a importância deste trabalho?
3. Você adotaria a mesma forma de trabalhar que se adotou nesta disciplina? Sim ou não, Por quê?
4. Como avaliam as atitudes e as atividades desenvolvidas pelas professoras em sala de aula com os alunos?