



1. Programa da disciplina

1.1. Ementa

Valor do dinheiro no tempo. Juros simples. Conceito de juros simples. Desconto de duplicatas. Taxa de desconto. Valor de face e valor de mercado. Juros compostos. Conceito de juros compostos. Taxas anuais, mensais e diárias. Valor presente e valor futuro de uma série de pagamentos ou recebimentos. Sistemas de amortização. Valor presente líquido e taxa interna de retorno. Problemas da TIR. Equivalência de taxas de juros. Períodos de capitalização. Equivalência de fluxos de caixa. Perpetuidades.

1.2. Carga horária total

60 horas/aula

1.3. Objetivos

1.3.1. Proporcionar aos participantes uma sólida base conceitual da matemática financeira, para servir de ponto de partida para estudos mais avançados em finanças e análise de investimentos.

1.3.2. Oferecer um quadro referencial que permita a imediata aplicação dos conceitos apresentados.

1.3.3. Promover a troca de experiência entre o professor e os participantes, por meio de estudos de casos práticos.

1.4. Metodologia

Aulas expositivas, estudos de casos, uso da planilha eletrônica no laboratório de informática.

1.5. Critérios de avaliação

A média final da disciplina será composta da seguinte forma: (a) avaliação individual, sob a forma de prova escritas, (b) trabalhos práticos, individuais ou em grupo, a serem realizados no laboratório de informática e ou em casa.

1.6. Bibliografia recomendada

ARRUDA, Sérgio Roberto Matemática Financeira ao alcance de quase todos. São Paulo: 2ª ed. Sagra, 1996.

ASSAF NETO, A., **Matemática Financeira e suas Aplicações**, São Paulo, Atlas, 1994.

CRESPO, Antônio Arnot. **Matemática Comercial e financeira fácil**. São Paulo: Saraiva, 1996.

LAPPONI, J. C., **Matemática Financeira Usando o EXCEL**, São Paulo, Laponi Treinamento e Editora, 1995.

MILONE, Giuseppe. **Curso de Matemática Financeira**. São Paulo: Atlas, 1993.

MORGADO, A. C. de Oliveira; WAGNER, E.; ZANI, S. Cristina. **Progressões e Matemática Financeira**. Rio de Janeiro: Wagner, 1993.

SAMANEZ, Carlos Patrício. **Matemática Financeira – Aplicações à Análise de Investimentos**. 2ª ed. São Paulo: Makron Books, 1995.

VERAS, Lília Ladeira. **Matemática Financeira**. 4ª ed. São Paulo: Atlas, 2001.

VIEIRA SOBRINHO, José Dutra. **Matemática Financeira**. 7ª ed. São Paulo: Atlas, 2006.



2. Matemática Financeira

2.1. Conceitos de Matemática Financeira

2.1.1. Definição de Taxa de Juros

Uma taxa de juros, ou taxa de crescimento do capital, é a taxa de lucratividade recebida num investimento. De uma forma geral, é apresentada em bases anuais, podendo também ser utilizada em bases semestrais, trimestrais, mensais ou diárias, e representa o percentual de ganho realizado na aplicação do capital em algum empreendimento.

Por exemplo, uma taxa de juros de 12% ao ano indica que para cada unidade monetária aplicada, um adicional de R\$ 0,12 deve ser retornado após um ano, como remuneração pelo uso daquele capital. (Thuesen, 1977)

A taxa de juros, simbolicamente representada pela letra **i**, pode ser também apresentada sob a forma unitária, ou seja, 0,12, que significa que para cada unidade de capital são pagos doze centésimos de unidades de juros. Esta é a forma utilizada em todas as expressões de cálculo.

A taxa de juros também pode ser definida como a razão entre os juros, cobrável ou pagável, no fim de um período de tempo e o dinheiro devido no início do período. Usualmente, utiliza-se o conceito de taxa de juros quando se paga por um empréstimo, e taxa de retorno quando se recebe pelo capital emprestado.

Portanto, pode-se definir o juro como o preço pago pela utilização temporária do capital alheio, ou seja, é o aluguel pago pela obtenção de um dinheiro emprestado ou, mais amplamente, é o retorno obtido pelo investimento produtivo do capital.

Genericamente, todas as formas de remuneração do capital, sejam elas lucros, dividendos ou quaisquer outras, podem ser considerados como um juro.

Quando uma Instituição Financeira decide emprestar dinheiro, existe, obviamente, uma expectativa de retorno do capital emprestado acrescido de uma parcela de juro. Além disso, deve-se considerar embutido na taxa de juros os seguintes fatores: (Thuesen, 1977)

Risco - grau de incerteza de pagamento da dívida, de acordo, por exemplo, com os antecedentes do cliente e sua saúde financeira;

Custos Administrativos - custos correspondentes aos levantamentos cadastrais, pessoal, administração e outros;

Lucro - parte compensatória pela não aplicação do capital em outras oportunidades do mercado, podendo, ainda, ser definido como o ganho líquido efetivo;

Expectativas Inflacionárias - em economias estáveis, com inflação anual baixa, é a parte que atua como proteção para as possíveis perdas do poder aquisitivo da moeda.

2.1.2. O Valor do Dinheiro no Tempo

O conceito do valor do dinheiro no tempo surge da relação entre juro e tempo, porque o dinheiro pode ser remunerado por certa taxa de juros num investimento, por um período de tempo, sendo importante o reconhecimento de que uma unidade monetária recebida no futuro não tem o mesmo valor que uma unidade monetária disponível no presente.

Para que este conceito possa ser compreendido, torna-se necessário a eliminação da idéia de inflação. Para isso, supõe-se que a inflação tecnicamente atinge todos os preços da mesma forma, sendo, portanto, anulada no período considerado.

Assim, **um dólar hoje vale mais que um dólar amanhã**. Analogamente, **um real hoje tem mais valor do que um real no futuro**, independentemente da inflação apurada no período.

Esta assertiva decorre de existir no presente a oportunidade de investimento deste dólar ou real pelo prazo de, por exemplo, 2 anos, que renderá ao final deste período um juro, tendo, conseqüentemente, maior valor que este mesmo dólar ou real recebido daqui a 2 anos.



Conclui-se, pelo fato do dinheiro ter um valor no tempo, que a mesma quantia em real ou dólares, em diferentes épocas, tem outro valor, tão maior quanto à taxa de juros exceda zero. Por outro lado, pode-se dizer que este dinheiro varia no tempo em razão do poder de compra de um real ou dólar ao longo dos anos, dependendo da inflação da economia, como será visto adiante.

2.1.3. Diagrama dos Fluxos de Caixa

Para identificação e melhor visualização dos efeitos financeiros das alternativas de investimento, ou seja, das entradas e saídas de caixa, pode-se utilizar uma representação gráfica denominada **Diagrama dos Fluxos de Caixa**.

Este diagrama é traçado a partir de um eixo horizontal que indica a escala dos períodos de tempo. O número de períodos considerado no diagrama é definido como o *horizonte de planejamento* correspondente à alternativa analisada. (Oliveira, 1982). Cabe ressaltar que é muito importante a identificação do ponto de vista que está sendo traçado o diagrama de fluxos de caixa. Um diagrama sob a ótica de uma Instituição Financeira que concede um empréstimo, por exemplo, é diferente do diagrama sob a ótica do indivíduo beneficiado por tal transação (Thuesen, 1977).

A figura abaixo mostra um exemplo de um diagrama genérico de um fluxo de caixa.

Convencionou-se que os vetores orientados para cima representam os valores positivos de caixa, ou seja, os benefícios, recebimentos ou receitas. Já os vetores orientados para baixo indicam os valores negativos, ou seja, os custos, desembolsos ou despesas.

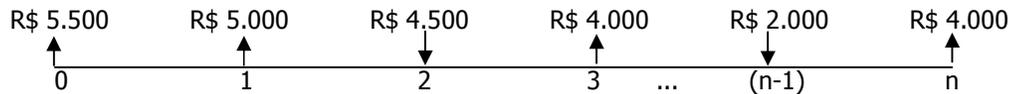


FIGURA 2 - Representação de um Diagrama de Fluxo de Caixa

No presente trabalho será adotada a notação definida abaixo, em todos os diagramas de fluxo de caixa estudados:

i - taxa de juros para determinado período, expressa em porcentagem e utilizada nos cálculos na forma unitária.

Ex.: rendimento de dez por cento ao ano $i = 0,10$ ou $10\% \text{ a.a.}$

n - número de períodos de capitalização.

Ex.: aplicação de um capital por 5 meses $n = 5$

VP - valor equivalente ao momento presente, denominado de Principal, Valor Presente ou Valor Atual.

Na HP-12C representada por **PV**.

Ex.: aplicação de R\$ 10.000 efetuada hoje; $P = 10.000,00$.

J - juros produzidos ou pagos numa operação financeira.

Ex.: um capital de R\$ 5.000 rendeu R\$ 300 ao final de 1 ano; $J = 300,00$.

VF - valor situado num momento futuro em relação à **VP**, ou seja, daqui a **n** períodos, a uma taxa de juros **i**, denominado Montante ou Valor Futuro. Na HP-12C representada por **FV**.

Ex.: uma aplicação de R\$ 15.000, feita hoje, corresponderá a R\$ 19.000 daqui a **n** períodos, a uma taxa de juros **i**; $S = 19.000$.

R - valor de cada parcela periódica de uma série uniforme, podendo ser parcelas anuais, trimestrais, mensais etc. Na HP-12C representada por **PMT**.

Ex.: R\$ 5.000 aplicados mensalmente numa caderneta de poupança produzirão um montante de R\$ 34.000 ao fim de **n** meses; $R = 5.000$



A notação para os elementos da **Matemática Financeira** varia para cada autor. Desta forma, não é recomendável a memorização de uma só notação nem sua adoção como padrão. Recomenda-se o aprendizado dos conceitos fundamentais da **Matemática Financeira**, independentemente da notação utilizada, de modo que qualquer problema possa ser resolvido.

Por convenção, todas as movimentações financeiras, representadas em cada período dos diagramas de fluxo de caixa, estão ocorrendo no final do período. Por exemplo, um pagamento efetuado no segundo ano de um diagrama de fluxo de caixa significa que esta saída de dinheiro ocorreu no final do ano 2.

2.1.4. Tipos de Formação de Juros

Os juros são formados através do processo denominado regime de capitalização, que pode ocorrer de modo simples ou composto, conforme apresentado na próxima apostila.